

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Краснодарского края
«Славянский сельскохозяйственный техникум»
ГБПОУ КК ССХТ

СБОРНИК ЗАДАЧ
для выполнения аудиторных, самостоятельных и практических работ
по теоретической механике и сопротивлению материалов (часть I)

ОП. 02 Техническая механика

Специальность 35.02.07 Механизация сельского хозяйства

г. Славянск-на-Кубани, 2016

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГБПОУ КК ССХТ

Рецензенты:

Дмитриев Е.В. – к.п.н., директор ГБПОУ КК ССХТ;

Гурин С.А. – председатель цикловой методической комиссии технических дисциплин ГБПОУ КК ССХТ.

Сборник задач для выполнения аудиторных, самостоятельных и практических работ по теоретической механике и сопротивлению материалов: ОП 0.2 Техническая механика / Автор-составитель И.И. Попова. – Славянск-на-Кубани: ГБПОУ КК ССХТ, 2016. – 106с.

Сборник задач представляет собой готовый дидактический материал для расчетно-аналитических и расчетно-графических работ по двум разделам технической механики – «Теоретическая механика» и «Сопротивление материалов». Пособие содержит 19 опорных конспектов лекционного материала, 153 задачи разного уровня сложности для аудиторных занятий, 81 задачу для самостоятельной работы обучающихся, а также многовариантные задачи для 15 практических работ с алгоритмами решений. Цель пособия – оказать помощь обучающимся в освоении метод решения задач технической механики.

Пособие адресовано преподавателям, студентам специальности 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства» ГБПОУ КК ССХТ.

Содержание

1.	Занятие №1	5
	Раздел 1. Теоретическая механика	
	Тема 1.1 Основные понятия статики	
1.1	Самостоятельная работа № 1	9
	Расчетно-графическая работа № 1	
	Определение направления реакций связей и их равнодействующей	
2.	Занятие № 2	10
	Тема 1.2 Способы определения равнодействующей силы	
2.1	Самостоятельная работа № 2	15
	Тестирование. Проекция сил на оси	
2.2	Занятие № 3	16
	Практическое занятие № 1	
	Определение реакций стержней	
3.	Занятие № 4	19
	Тема 1.3. Моменты сил. Балочные системы	
3.1	Самостоятельная работа № 3	22
	Решение задач. Составление уравнений равновесия моментов балки	
3.2	Занятие № 5	23
	Практическое занятие № 2	
	Определение реакций балки	
4.	Занятие № 6	25
	Центр тяжести	
4.1	Самостоятельная работа № 4	28
	Тестирование. Центр тяжести	
4.2	Занятие № 7	29
	Практическое занятие № 3	
	Определение центра тяжести плоской фигуры	
5.	Занятие № 8	31
	Тема 1.5. Кинематика точки	
5.1	Самостоятельная работа № 5	34
	Тестирование. Кинематика точки	
5.2	Занятие № 9	35
	Практическое занятие № 4	
	Определение кинематических параметров движения	
6.	Занятие № 10	37
	Тема 1.6. Виды движения твердого тела	
6.1	Самостоятельная работа № 6	41
	Тестирование. Простейшие движения твердого тела	

6.2	Занятие № 11	42
	Практическое занятие № 5	
	Определение параметров вращательного движения	
7.	Занятие № 12	45
	Тема 1.7. Сложное движение	
7.1	Самостоятельная работа № 7	48
	Решение задач. Сложное движение точки	
8.	Занятие № 13	49
	Тема 1.8. Динамика, основные понятия и аксиомы	
8.1	Самостоятельная работа № 8	52
	Тестирование. Движение материальной точки. Метод кинетостатики	
9.	Занятие № 14	53
	Тема 1.9. Работа. Мощность	
9.1	Самостоятельная работа № 9	56
	Тестирование. Работа. Мощность	
9.2	Занятие № 15	57
	Практическое занятие № 6	
	Расчёт работы, мощности, коэффициента полезного действия при движении	
10.	Занятие № 16	60
	Тема 1.10. Общие теоремы динамики	
10.1	Самостоятельная работа № 10	62
	Решение задач. Общие теоремы динамики	

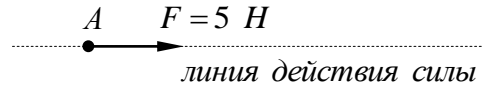
Занятие № 1

Раздел 1 Теоретическая механика

Тема 1.1 Основные понятия статики

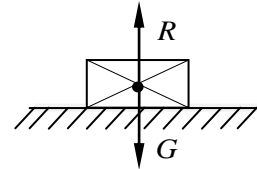
Параметры вектора силы \vec{F} :

точка приложения, направление, числовое значение.

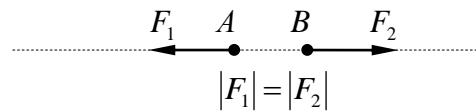


Аксиомы статики

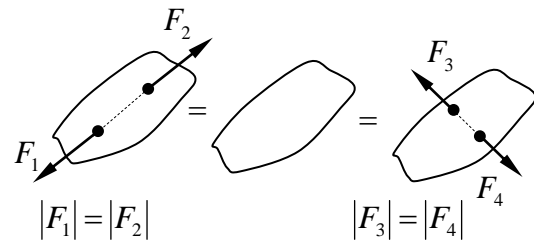
1 Тело покоится или движется равномерно и прямолинейно под действием уравновешенной системы сил.



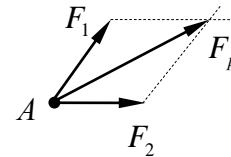
2 Две силы уравновешены, если они равны по модулю и направлены по одной прямой в разные стороны.



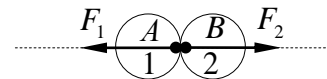
3 Не нарушая механического состояния тела, можно добавить или убрать уравновешенную систему сил.



4 Равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке, приложена в той же точке и является диагональю параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах.

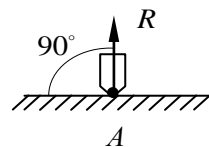
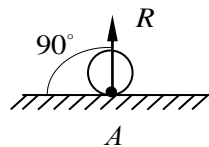
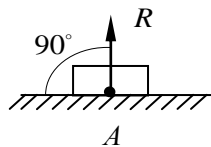


5 При взаимодействии тел всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие.

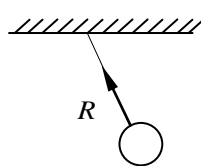
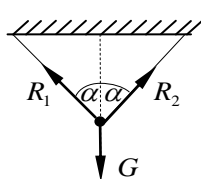


Виды связей и их реакции

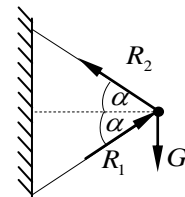
Гладкая опора



Гибкая связь



Жесткий стержень



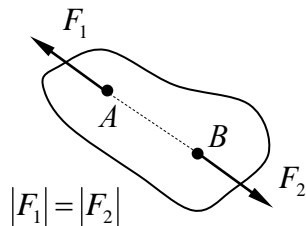
1. Постройте вектора сил F_1 , F_2 и F_3 .

$$\vec{F}_1 = 20e^{j45^\circ}, M_{F_1} = \frac{10H}{\text{см}}. \quad \vec{F}_2 = 70e^{-j30^\circ}, M_{F_2} = \frac{30H}{\text{см}}. \quad \vec{F}_3 = 8e^{j50^\circ}, M_{F_3} = \frac{3H}{\text{см}}.$$

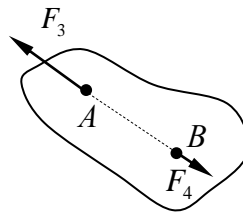


2. Какая из приведенных систем сил уравновешена?

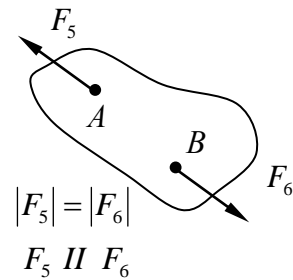
A.



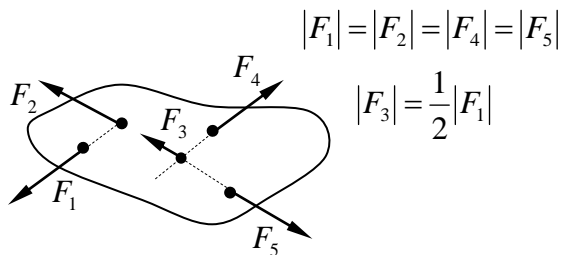
B.



C.

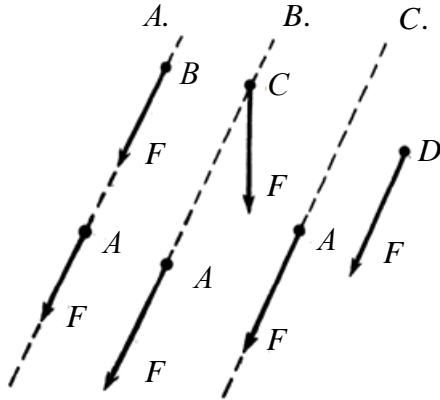


3. Какие силы системы можно убрать, не нарушая механического состояния тела?

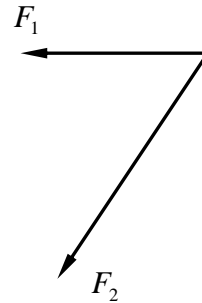
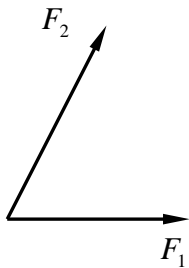


4. Даны две силы – одна равнодействующая данной системы сил, а другая уравновешивающая этой же системы. Покажите направление этих сил относительно друг друга.

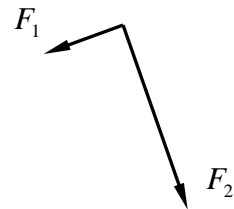
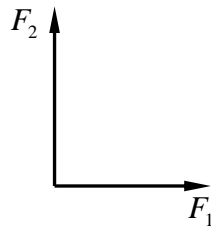
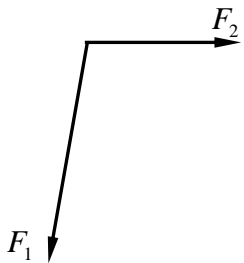
5. В каком из случаев, А, В, С, перенос силы из точки А в точки В, С или D не изменит механического состояния твердого тела?



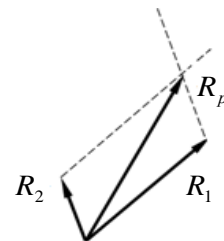
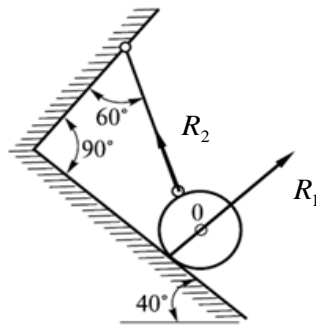
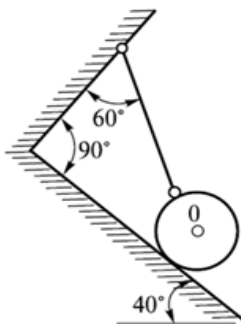
6. Определите равнодействующую сил F_1 и F_2 по правилу параллелограмма.



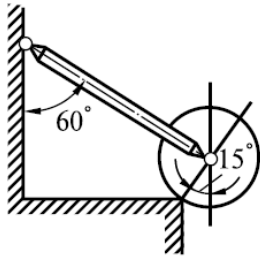
7. Определите равнодействующую сил F_1 и F_2 по правилу треугольника.



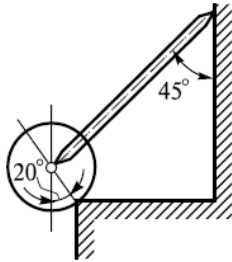
8. Укажите возможное направление реакций в опорах относительно точки O. Постройте вектор результирующей силы реакций опор.



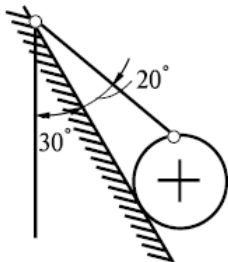
9. Укажите возможное направление реакций в опорах относительно точки O . Постройте вектор результирующей силы реакций опор. Стержень сжат.



10. Укажите возможное направление реакций в опорах относительно точки O . Постройте вектор результирующей силы реакций опор. Стержень растянут.



11. Укажите возможное направление реакций в опорах относительно точки O . Постройте вектор результирующей силы реакций опор.

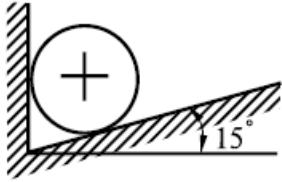


Самостоятельная работа № 1

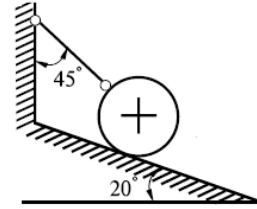
Расчетно-графическая работа № 1

Определение направления реакций связей и их равнодействующей

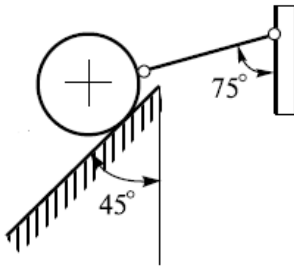
1



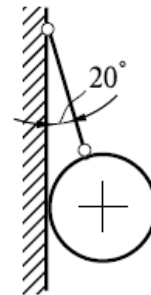
2



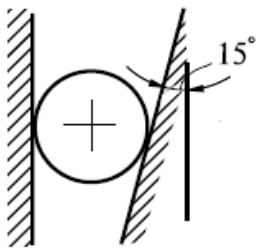
3



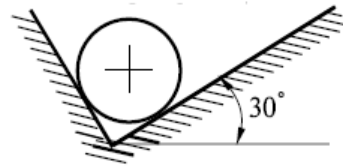
4



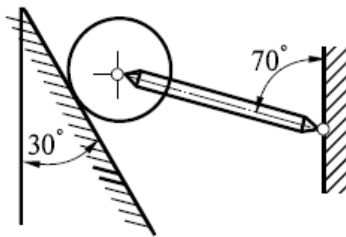
5



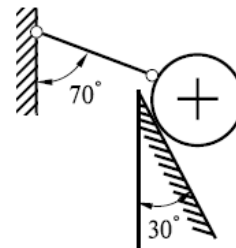
6



7

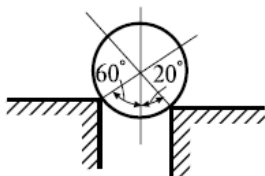


8

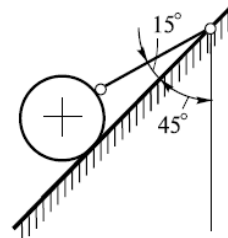


стержень сжат

9

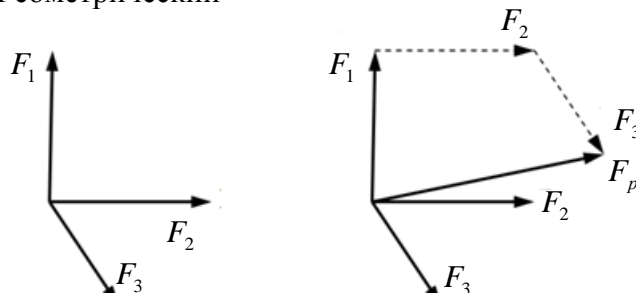
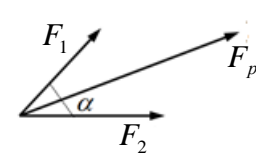
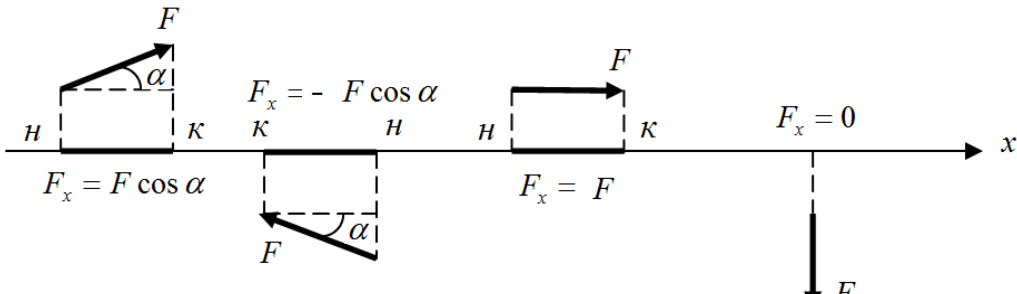
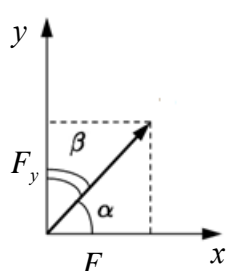
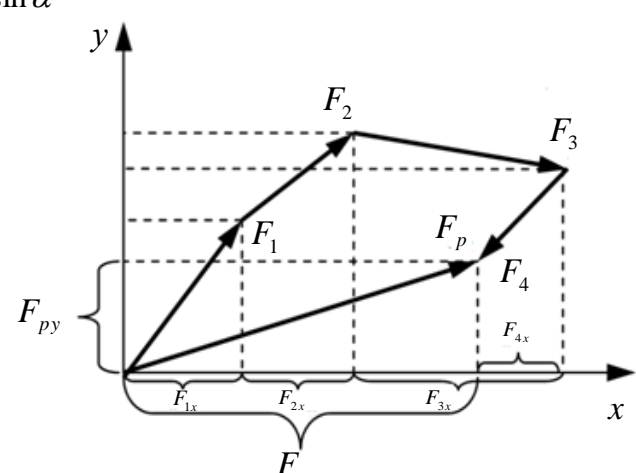


10

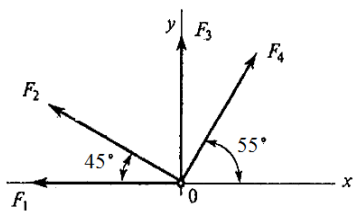


Занятие № 2

Тема 1.2 Способы определения равнодействующей силы

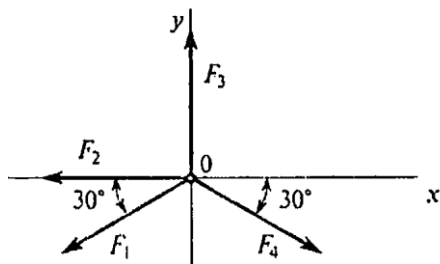
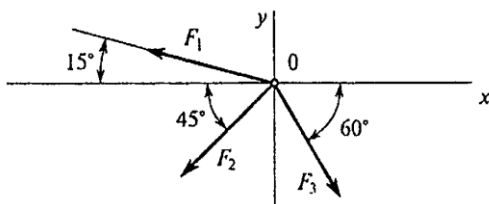
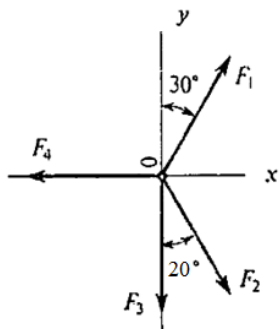
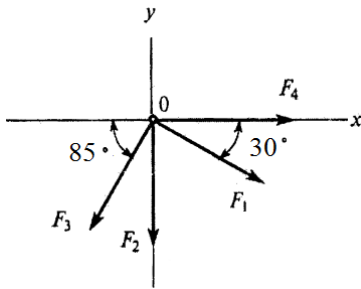
<p>Геометрический</p> 	<p>Аналитический</p>  $F_p = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$
<p>Проекция силы на ось</p> 	
<p>Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  $F_x = F \cos \alpha$ $F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha$ $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ </div> <div style="width: 45%;">  </div> </div> $F_{px} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} - F_{4x}$ $F_{px} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = \sum_1^n F_{ix}$ $F_{py} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = \sum_1^n F_{iy}$ $F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{py}^2}$	
<p>Условие равновесия плоской системы сходящихся сил</p> $F_p = 0 \left\{ \begin{array}{l} F_{px} = 0 \\ F_{py} = 0 \end{array} \right. \quad \sum F_{ix} = 0 \quad \sum F_{iy} = 0$	

1. Составьте уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил.

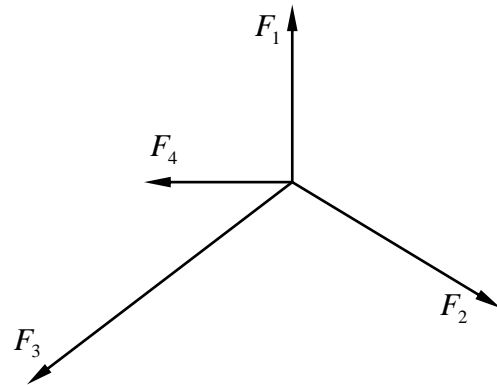
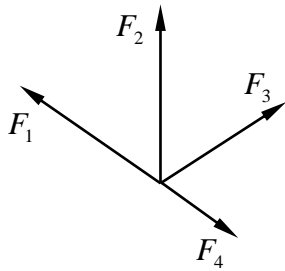
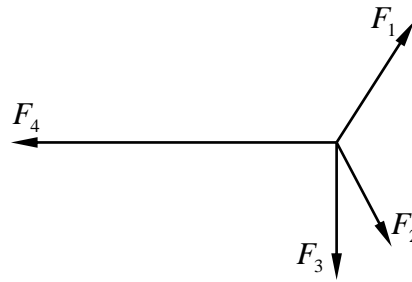
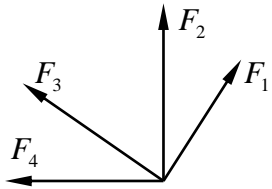


$$\sum x = 0 \quad -F_1 - F_2 \cos 45^\circ + F_4 \cos 55^\circ = 0$$

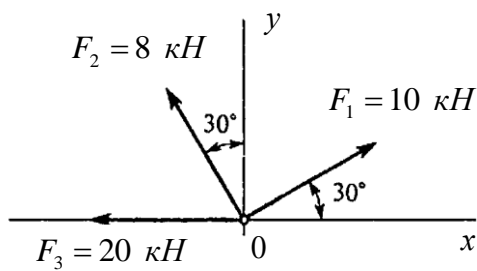
$$\sum y = 0 \quad F_2 \cos 45^\circ + F_3 + F_4 \cos 35^\circ = 0$$



2. Определите равнодействующую силу плоской системы сходящихся сил геометрическим способом.

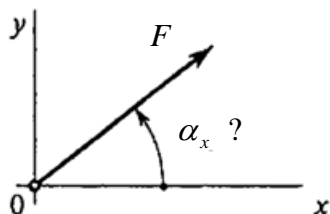


3. Определите проекцию равнодействующей системы сил на ось Oy .

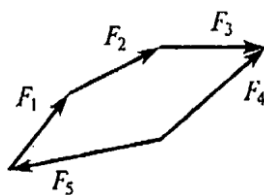
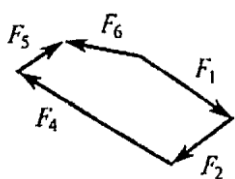


4. Как направлен вектор равнодействующей силы, если известно, что $F_x = 15 \text{ H}$; $F_y = -20 \text{ H}$?

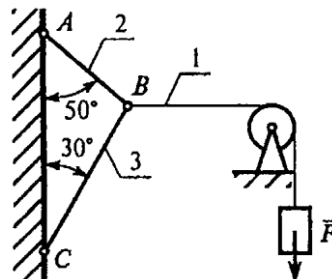
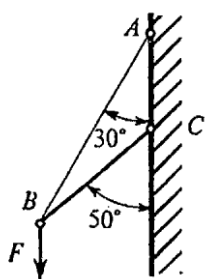
5. Как направлен вектор силы F , если известны величины его проекции?
 $F_x = 11 \text{ Н}$; $F_y = 23,59 \text{ Н}$. Определить α_x .



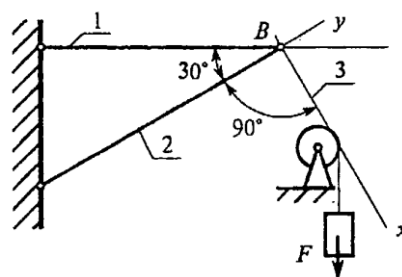
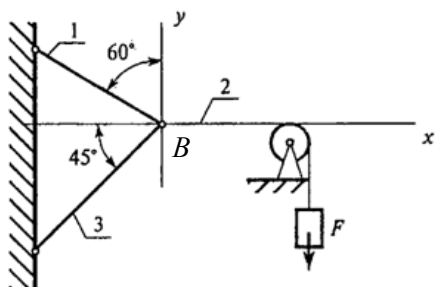
6. Какой вектор силового многоугольника является равнодействующей силой?



7. Груз F находится в равновесии. Постройте силовой треугольник для шарнира B .



8. Груз F находится в равновесии. Составьте уравнения равновесия для точки B .

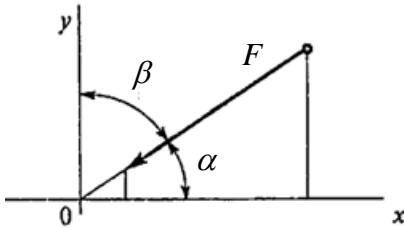


9. Система сходящихся сил уравновешена. Определите величину F_{4y} , если известно:

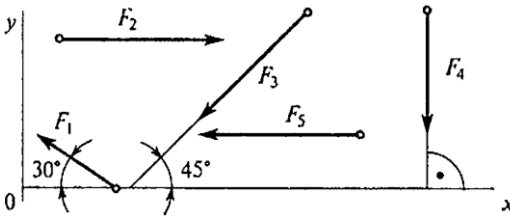
$$\sum F_x = 0$$

$$F_{1y} = 10 \text{ Н}; F_{2y} = 50 \text{ Н}; F_{3y} = -20 \text{ Н}.$$

10. Запишите выражение для расчета проекции силы F на ось Oy .

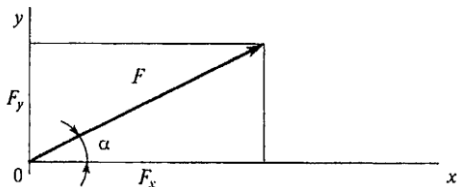


11. Запишите выражение для расчета проекции силы F_3 на ось Ox .

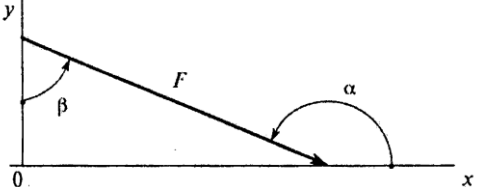
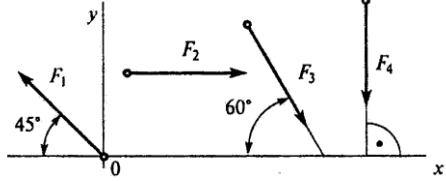
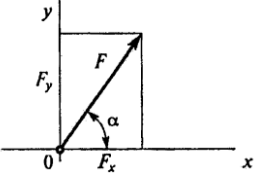
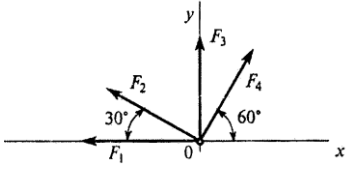


12. Рассчитайте величины проекций сил F_5 и F_1 на ось Ox (рисунок примера 11), если $F_5 = 16 \text{ кН}$; $F_1 = 34,6 \text{ кН}$. Определите сумму проекций этих сил.

13. Рассчитайте величину силы по ее известным проекциям на две взаимно перпендикулярные оси координат, если $F_y = 13 \text{ кН}$; $F_x = 16 \text{ кН}$.



Самостоятельная работа № 2
Тестирование. **Проекция сил на оси**

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Выберите выражение для расчета проекции силы F на ось Oy</p> 	$F \cos \alpha$	1
	$-F \cos \beta$	2
	$F \sin \beta$	3
	$-F \cos \alpha$	4
<p>2. Выберите выражение для расчета проекции силы F_3 на ось Ox.</p> 	$F_3 \cos 30^\circ$	1
	$F_3 \cos 60^\circ$	2
	$-F_3 \cos 60^\circ$	3
	$F_3 \sin 120^\circ$	4
<p>3. Рассчитайте величины проекций всех сил системы на ось Oy (рисунок примера 2), если $F_1 = 10 \text{ кН}$; $F_2 = 15,6 \text{ кН}$; $F_3 = 8 \text{ кН}$; $F_4 = 24 \text{ кН}$.</p>	$-6,9 \text{ кН}$	1
	-14 кН	2
	$-23,9 \text{ кН}$	3
	$6,9 \text{ кН}$	4
<p>4. Рассчитайте величину силы по ее известным проекциям на две взаимно перпендикулярные оси координат, если $F_x = 8 \text{ кН}$; $F_y = 16 \text{ кН}$.</p> 	$17,9 \text{ кН}$	1
	24 кН	2
	103 кН	3
	319 кН	4
<p>5. Рассчитайте проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось Ox, если $F_1 = 20 \text{ кН}$; $F_2 = 30 \text{ кН}$; $F_3 = 15 \text{ кН}$; $F_4 = 25 \text{ кН}$.</p> 	-25 кН	1
	$-33,5 \text{ кН}$	2
	$-40,5 \text{ кН}$	3
	$75,5 \text{ кН}$	4

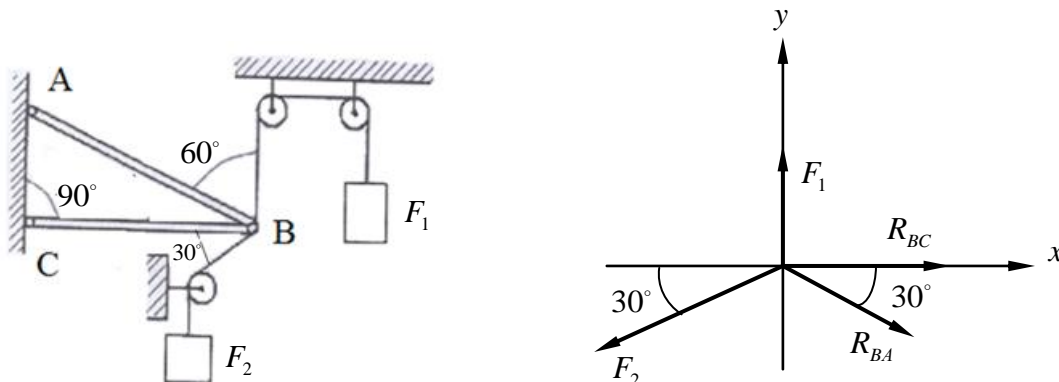
Занятие № 3

Практическое занятие № 1

Определение реакций стержней

Задача

Определить реакции стержней, поддерживающих грузы F_1 и F_2 . Массой стержней пренебречь. $F_1 = 4 \text{ кН}$; $F_2 = 5 \text{ кН}$.



Решение

Задачу решаем аналитическим методом.

За объект равновесия выбираем точку B , прикладываем к ней заданные активные силы – силы натяжения тросов, равные весам грузов F_1 и F_2 . Так как тросы всегда растянуты, то эти силы направляем от точки B .

Отбрасываем стержни BA и BC , заменяем их действие реакциями R_{BA} и R_{BC} . Направляем реакции вдоль стержней от точки B , предварительно предполагая, что стержни BA и BC сжаты (действительные направления реакции стержней не известны). Если предположение окажется неверным, то искомые реакции стержней получатся в ответе со знаком минус; это говорит о том, что стержни или один из стержней растянуты и истинное направление реакции противоположно выбранному.

Принимаем обычное вертикально-горизонтальное направление координатных осей.

Для полученной плоской системы сходящихся сил составляем два уравнения равновесия:

$$\sum x = 0; R_{BC} + R_{BA} \cos 30^\circ - F_2 \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum y = 0; -R_{BA} \cos 60^\circ - F_2 \cos 60^\circ + F_1 = 0. \quad (2)$$

Из уравнения (2) определяем R_{BA} :

$$R_{BA} = \frac{F_1 - F_2 \cos 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \left(\frac{4 - 5 \cdot 0,5}{0,5} \right) \cdot 10^3 = 3 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1) определяем R_{BC} :

$$R_{BC} = F_2 \cos 30^\circ - R_{BA} \cos 30^\circ = (5 \cdot 0,87 - 3 \cdot 0,87) \cdot 10^3 = 1,7 \text{ кН} .$$

Замечаем, что в соответствии с изложенным правилом, оба стержня действительно оказались сжатыми, так как реакции R_{BA} и R_{BC} положительны.

Для проверки правильности решения применяем графический метод – в выбранном масштабе строим замкнутый силовой многоугольник.

Выбираем масштаб: $M = \frac{1 \text{ кН}}{\text{см}}$

$$F_1 = 4 \text{ кН} \rightarrow 4 \text{ см}$$

$$F_2 = 5 \text{ кН} \rightarrow 5 \text{ см}$$

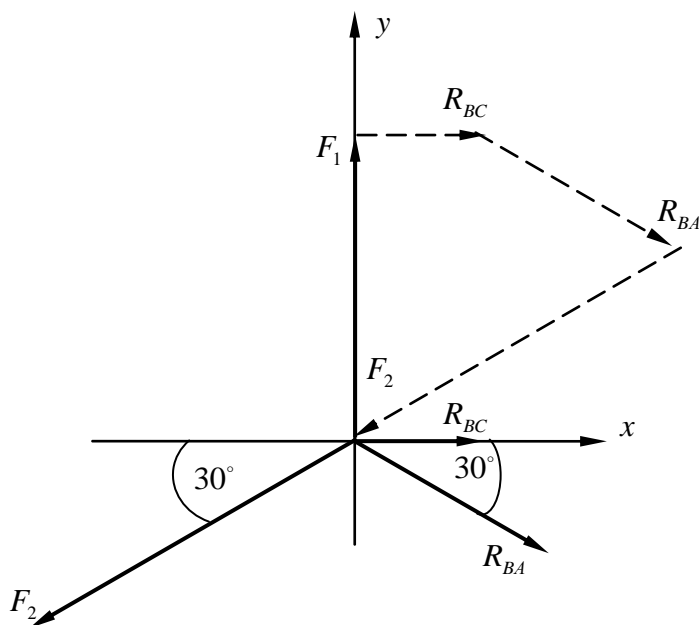
$$R_{BA} = 3 \text{ кН} \rightarrow 3 \text{ см}$$

$$R_{BC} = 1,7 \text{ кН} \rightarrow 1,7 \text{ см} .$$

Откладываем на координатной плоскости вектора F_1 , F_2 , R_{BA} , R_{BC} с учетом реальных длин и направлений (используется транспортир).

Выбираем один из векторов, например, вектор F_1 . От конца вектора F_1 пунктирной линией откладываем вектор R_{BC} . К концу пунктирного вектора R_{BC} прикладываем пунктирной линией вектор R_{BA} . К концу пунктирного вектора R_{BA} прикладываем пунктирной линией вектор F_2 .

Самозамыкание силового многоугольника подтверждает правильность решения задачи.

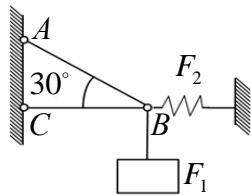


Ответ: $R_{BA} = 3 \text{ кН}$; $R_{BC} = 1,7 \text{ кН}$.

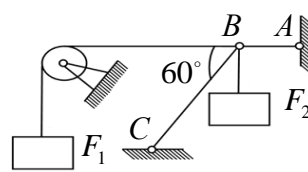
Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

Вариант	F_1 , кН	F_2 , кН	Вариант	F_1 , кН	F_2 , кН
1, 2, 3	7	4	13, 14, 15	12	6
4, 5, 6	9	5	16, 17, 18	4	14
7, 8, 9	15	10	19, 20, 21	14	8
10, 11, 12	8	12	22, 23, 24	2	5
13, 14, 15	12	6	25	10	20

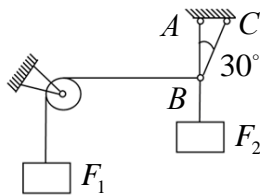
1
11
21



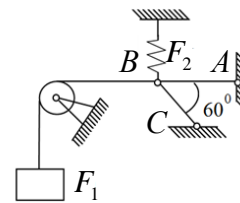
2
12
22



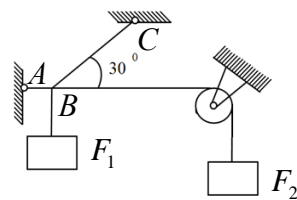
3
13
23



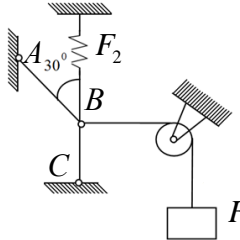
4
14
24



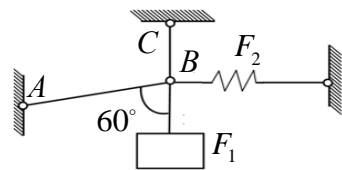
5
15



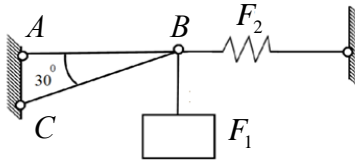
6
16



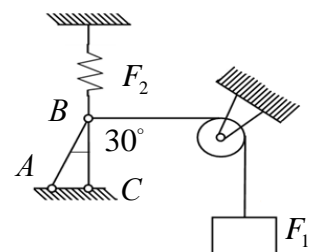
7
17



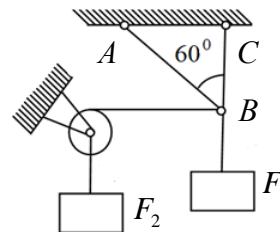
8
18



9
19



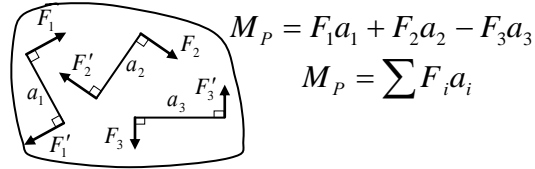
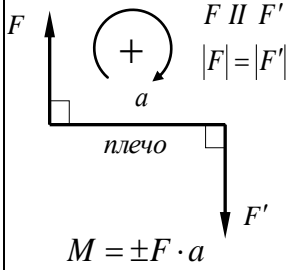
10
20



Занятие № 4

Тема 1.3 Моменты сил. Балочные системы

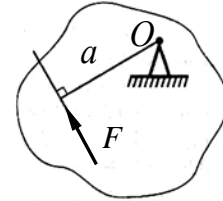
Момент пары сил



условие равновесия

$M_P = \sum F_i a_i = 0$

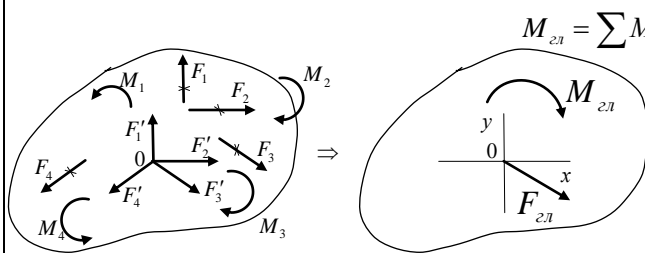
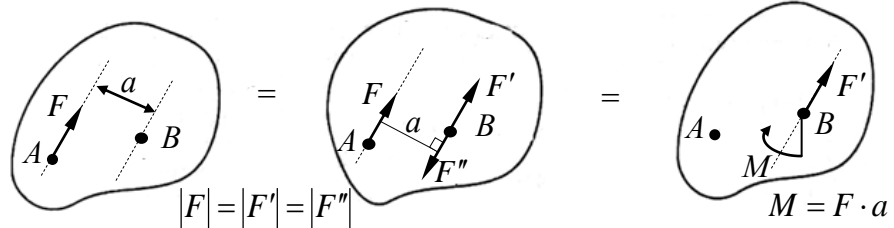
Момент силы относительно точки



$M_O(F) = \pm F \cdot a$

Приведение плоской системы сил к одному центру

Теорема Пуансо



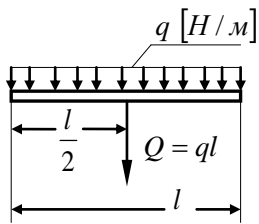
условие равновесия
 $M_{zn} = 0 \quad F_{zn} = 0$

уравнения равновесия

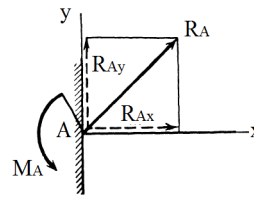
$\sum F_{ix} = 0; \sum F_{iy} = 0; \sum M_O(F_i) = 0$
 $\sum M_A(F_i) = 0; \sum M_B(F_i) = 0; \sum F_{ix} = 0$
 $\sum M_A(F_i) = 0; \sum M_B(F_i) = 0; \sum M_C(F_i) = 0$

$F_{zn} = \sqrt{(F_{ix})^2 + (F_{iy})^2}$

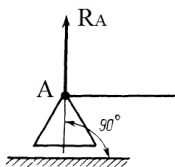
Балочные системы



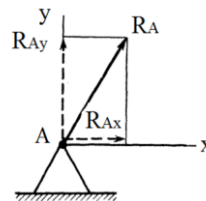
распределенная нагрузка



жесткая заделка (защемление)

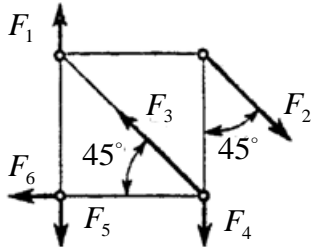


шарнирно – подвижная опора

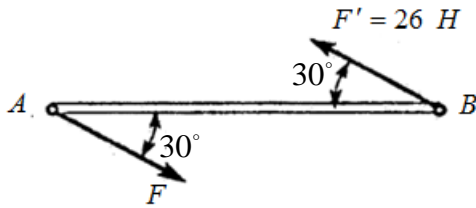


шарнирно – неподвижная опора

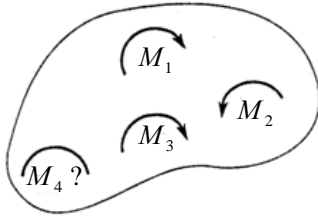
1. Какие силы из заданной системы образуют пары сил? $F_1 = F_4 = F_5$;
 $F_2 = F_3 = F_6$.



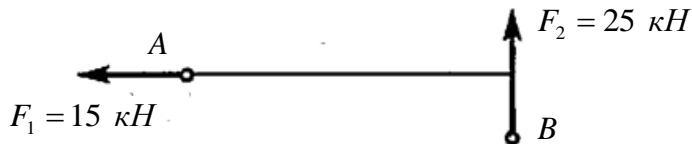
2. Момент пары сил $M = 104 \text{ Нм}$. Найдите AB .



3. Тело находится в равновесии. $M_1 = 15 \text{ Нм}$; $M_2 = 8 \text{ Нм}$; $M_3 = 12 \text{ Нм}$.
 Определите величину и направление момента M_4 .

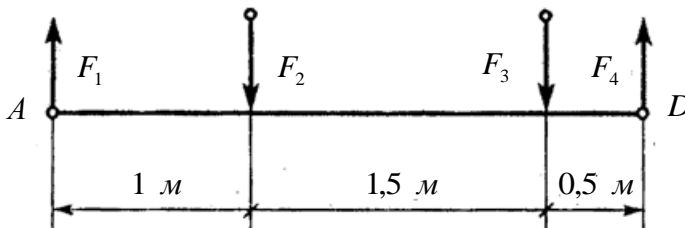


4. Найдите момент присоединенной пары при переносе силы F_2 в точку A . $AB = 3 \text{ м}$.

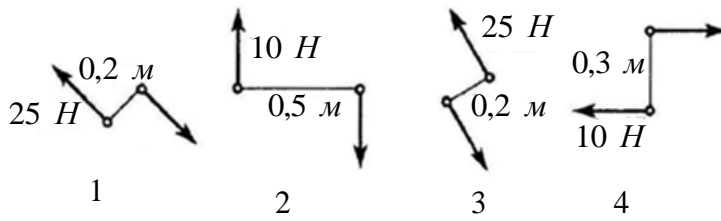


5. Найдите главный момент системы, если центр приведения находится в точке D .

$$F_1 = 2 \text{ кН}; F_2 = 4 \text{ кН}; F_3 = 6 \text{ кН}; F_4 = 4 \text{ кН}.$$

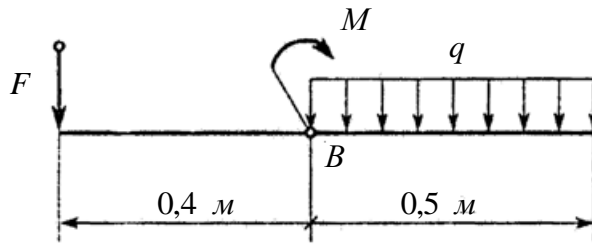


6. Какие из изображенных пар сил эквивалентны?

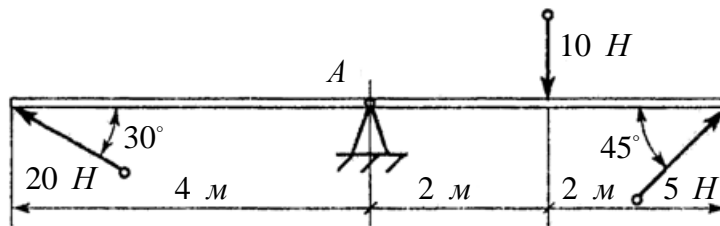


7. Определите алгебраическую сумму моментов относительно точки B .

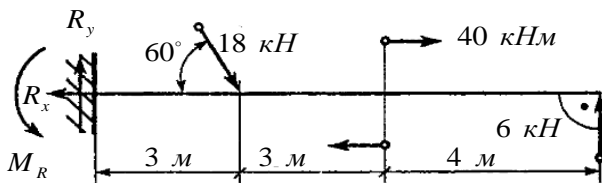
$F = 10 \text{ H}$; $M = 9 \text{ Нм}$; $q = 8 \text{ Н/м}$.



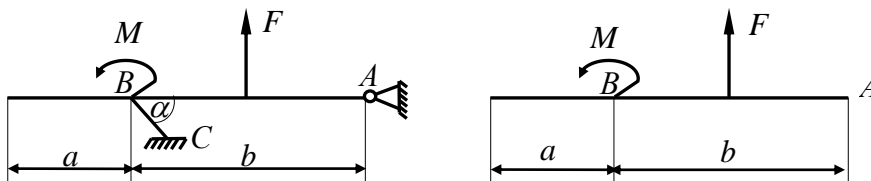
8. Определите сумму моментов относительно точки A .



9. Найдите момент в заделке M_R .



10. Составьте уравнения равновесия моментов относительно точек A и B .

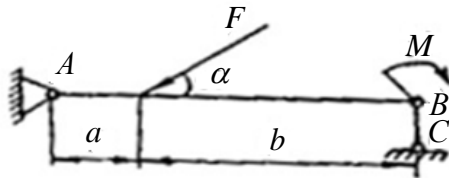


Самостоятельная работа № 3

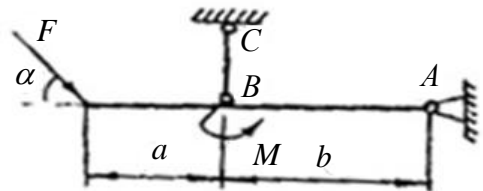
Решение задач. Составление уравнений равновесия моментов балки

Составьте уравнения равновесия моментов относительно точек A и B .

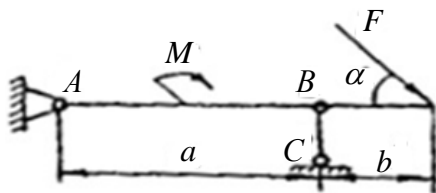
1



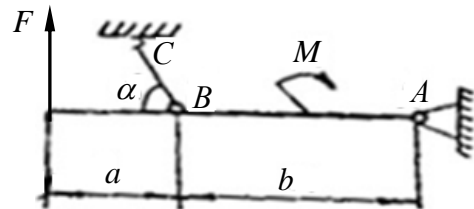
2



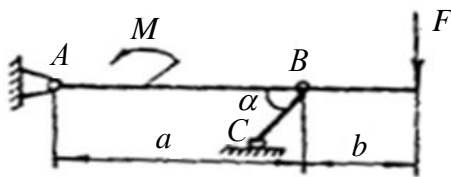
3



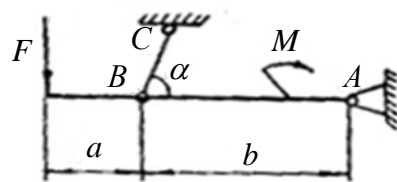
4



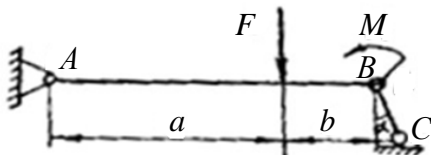
5



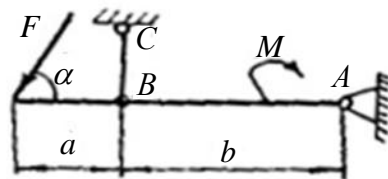
6



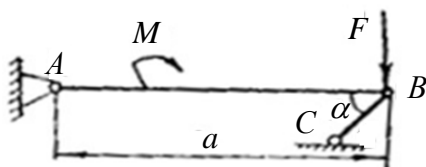
7



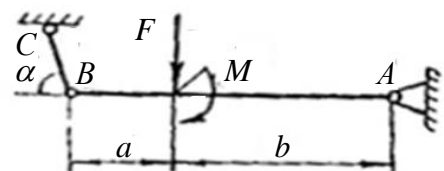
8



9



10



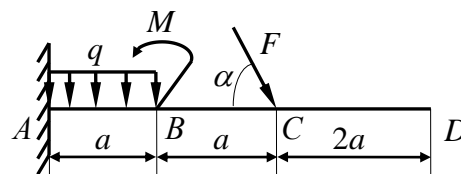
Занятие № 5

Практическое занятие № 2

Определение реакций балки

Задача

Определить реакции опор балки. $F = 5 \text{ кН}$;
 $M = 11 \text{ кНм}$; $q = 1,5 \text{ кН/м}$; $a = 0,8 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.



Решение

1. Освобождаем балку от связи в точке А, заменив жесткую заделку реакциями R_{Ax} , R_{Ay} , M_A .

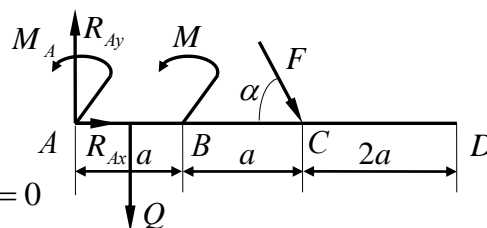
2. Заменяем равномерно распределенную нагрузку участка АВ равнодействующей силой $Q = q \cdot l = q \cdot AB = q \cdot a$, приложенной к середине участка.

3. Составляем уравнения равновесия балки.

$$\sum x = 0; \quad R_{Ax} + F \cos \alpha = 0.$$

$$\sum M_A = 0; \quad -M_A + Q \frac{1}{2}a - M + F \sin \alpha \cdot 2a = 0.$$

$$\sum M_B = 0; \quad -M_A + R_{Ay}a - Q \frac{1}{2}a - M + F \sin \alpha \cdot a = 0$$



4. Решаем уравнения равновесия, находим неизвестные величины

R_{Ax} , R_{Ay} , M_A .

$$R_{Ax} = -F \cos \alpha = -5 \cdot 10^3 \cos 45^\circ = -5 \cdot 10^3 \cdot 0,71 = -3,54 \text{ кН}.$$

$$M_A = Q \frac{1}{2}a - M + F \sin \alpha \cdot 2a = (1,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,8 - 11 + 5 \sin 45^\circ \cdot 2 \cdot 0,8) \cdot 10^3 =$$

$$= (0,48 - 11 + 5,66) \cdot 10^3 = -4,86 \text{ кНм}.$$

$$R_{Ay} = \frac{M_A + Q \frac{1}{2}a + M - F \sin \alpha \cdot a}{a} =$$

$$= \left(\frac{-4,86 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,8 + 11 - 5 \sin 45^\circ \cdot 0,8}{0,8} \right) \cdot 10^3 = 4,74 \text{ кН}$$

Проводим проверку правильности решения, используя уравнение $\sum y = 0$.

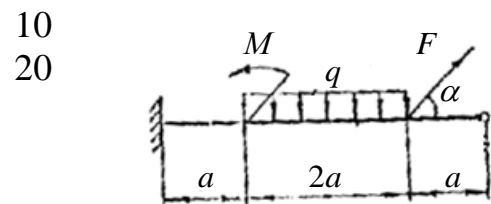
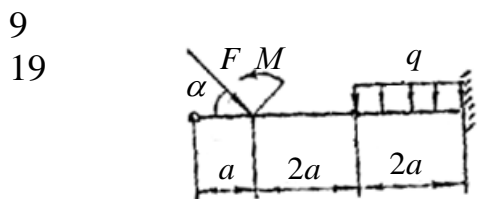
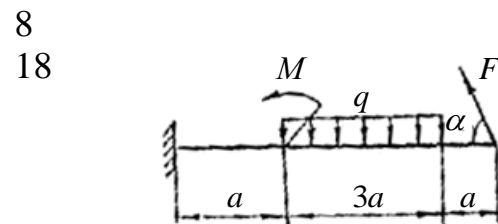
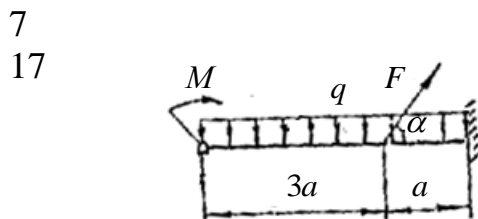
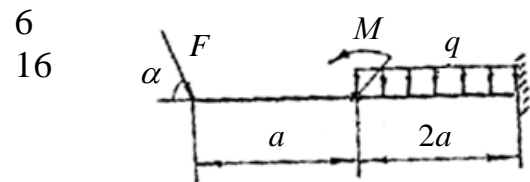
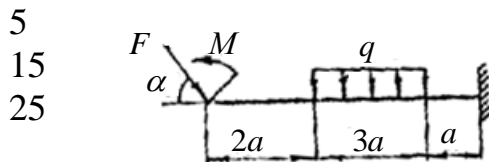
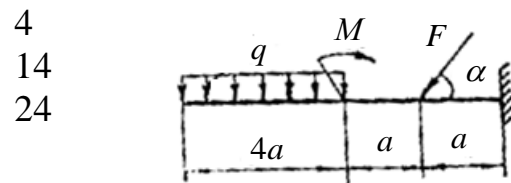
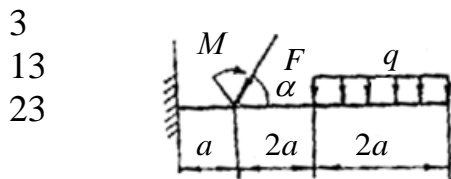
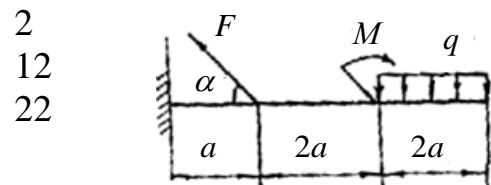
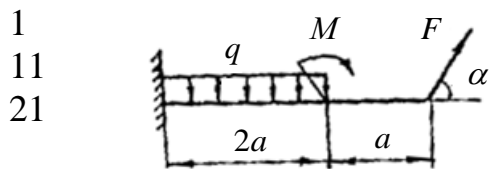
$$R_{Ay} - Q - F \sin \alpha = 0$$

$$(4,74 - 1,5 \cdot 0,8 - 5 \sin 45^\circ) \cdot 10^3 = 0; \quad (4,74 - 1,2 - 3,54) \cdot 10^3 = 0.$$

Ответ: $R_{Ax} = -3,54 \text{ кН}$; $R_{Ay} = 4,74 \text{ кН}$; $M_A = -4,86 \text{ кНм}$.

Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

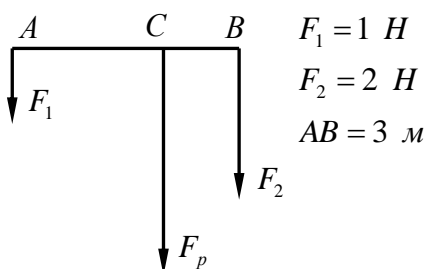
Вариант	F , кН	q , кН/м	M , кНм	α , °	a , м
1,2,3	4,0	0,4	8,0	60	0,2
4,5,6	12,0	1,2	10,0	45	0,4
7,8,9	4,0	0,6	8,0	30	0,4
10,11,12	8,0	0,8	6,0	30	0,4
13,14,15	6,0	0,8	12,0	45	0,2
16,17,18	2,0	0,4	2,4	45	0,2
19,20,21	2,0	0,4	6,0	60	0,6
22,23,24	3,0	0,6	4,0	30	0,4
25	10,0	0,8	8,0	45	0,4



Занятие № 6

Тема 1.4 Центр тяжести

Центр системы параллельных сил



$$F_p = \sqrt{(\sum x)^2 + (\sum y)^2} = \sum y = F_1 + F_2 = 1 + 2 = 3 \text{ Н}$$

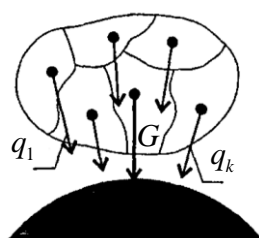
$$M_A(F_p) = \sum M_A(F_i) \text{ — теорема Вариньона}$$

$$F_p \cdot AC = F_2 \cdot AB$$

$$AC = \frac{F_2 \cdot AB}{F_p} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2 \text{ м}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1}$$

Сила тяжести



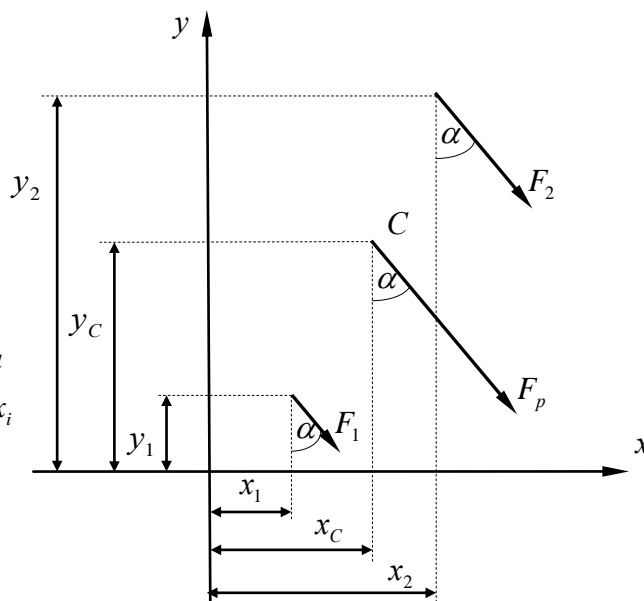
$$G = mg \quad g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Координаты центра тяжести тела

$$F_p x_C = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n = \sum F_i x_i$$

$$x_C = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_p} = \frac{\sum F_i x_i}{F_p}$$

$$x_C = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} \quad y_C = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$



Центры тяжести плоских фигур

$$dG = \gamma dA$$

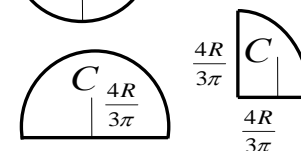
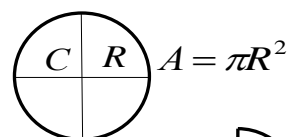
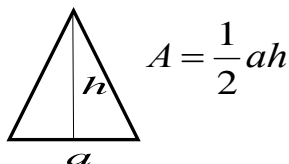
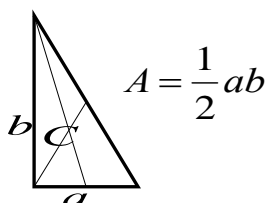
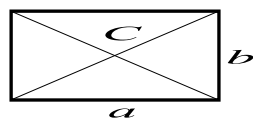
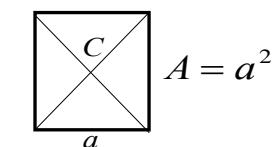
 γ — масса 1 м^2

$$x_C = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}$$

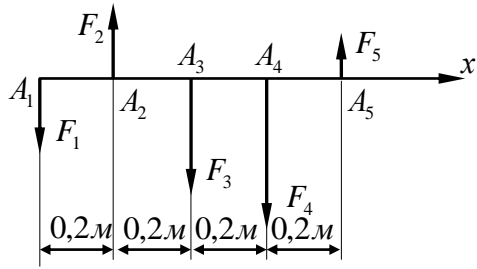
$$y_C = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$$

$$S_x = A \cdot y_C$$

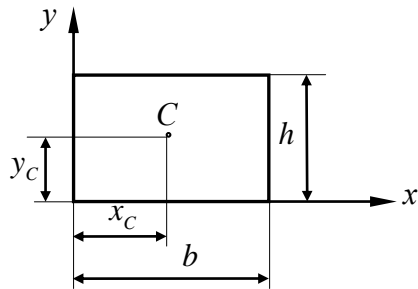
$$S_y = A \cdot x_C$$



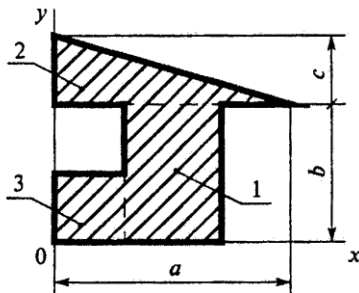
1. Определите равнодействующую пяти параллельных сил $F_1 = 6 \text{ H}$; $F_2 = 8 \text{ H}$; $F_3 = 10 \text{ H}$; $F_4 = 15 \text{ H}$; $F_5 = 3 \text{ H}$, приложенных к телу.



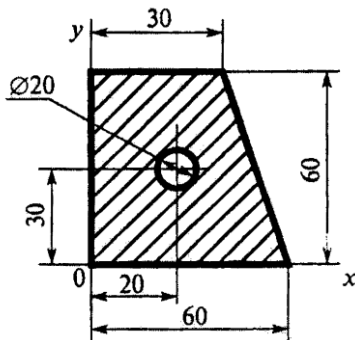
2. Определите статические моменты прямоугольника со сторонами $b = 20 \text{ см}$ и $h = 14 \text{ см}$ относительно осей x и y .



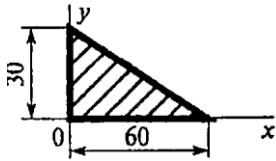
3. Определите координату центра тяжести фигуры 2 относительно оси Ox . $a = 270 \text{ мм}$; $b = 150 \text{ мм}$; $c = 90 \text{ мм}$.



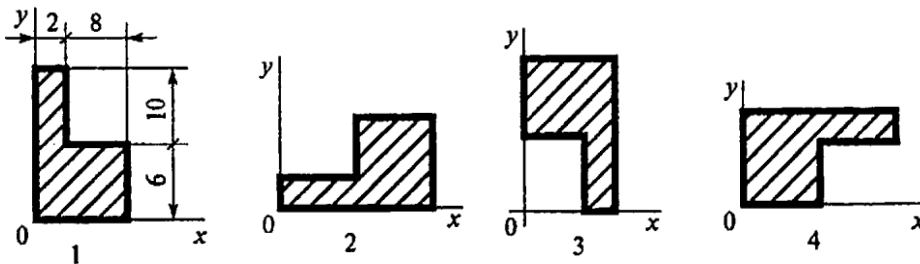
4. Вычислите координату x_c центра тяжести составного сечения.



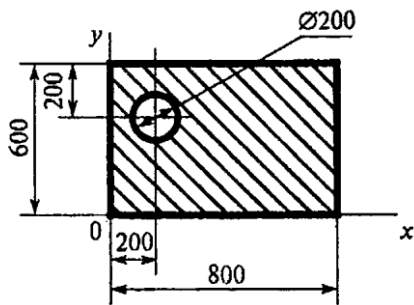
5. Что произойдет с координатами x_c и y_c , если увеличить величину основания треугольника до 90 мм?



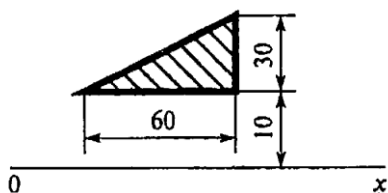
6. В каком случае координата центра тяжести фигуры $y_c = 4$ мм?




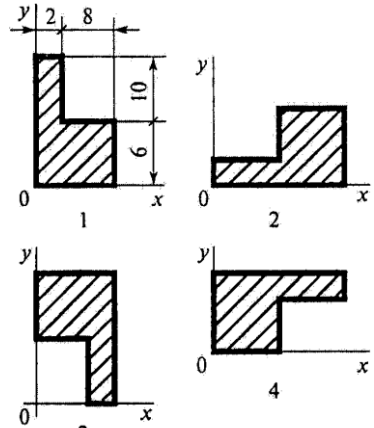
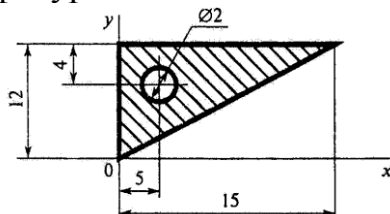
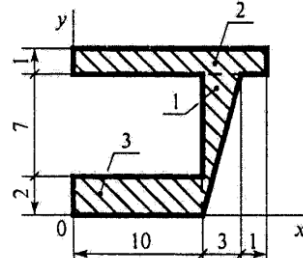
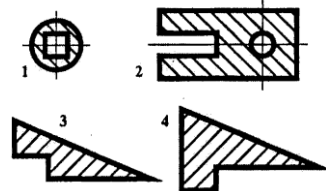
7. Определите координаты центра тяжести фигуры.



8. Определите статический момент данной плоской фигуры относительно оси Ox .



Самостоятельная работа № 4
Тестирование. **Центр тяжести**

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Что произойдет с координатами x_c и y_c, если увеличить высоту треугольника вдвое?</p> 	<p>Изменяются x_c и y_c</p> <p>Изменится только x_c</p> <p>Изменится только y_c</p> <p>x_c и y_c не изменятся</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>2. В каком случае координата центра тяжести фигуры $y_c = 6$ мм?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>3. Определите координаты центра тяжести фигуры.</p> 	<p>10; 4</p> <p>5; 4</p> <p>4; 8</p> <p>5; 8</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>4. Определите координаты центра тяжести фигуры 2.</p> 	<p>7; 9,5</p> <p>11; 3</p> <p>7; 5</p> <p>10; 3</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>5. В каком случае при определении центра тяжести плоской фигуры эту фигуру нельзя разбить на две части с известными положениями центра тяжести?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>

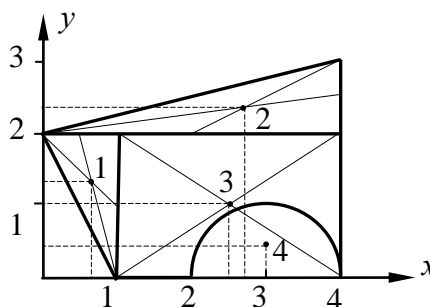
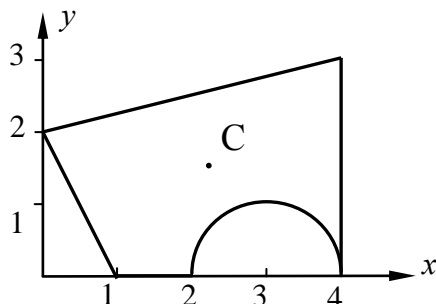
Занятие № 7

Практическое занятие № 3

Определение центра тяжести плоской фигуры

Задача

Определить центр тяжести плоской фигуры. $M = \frac{1 \text{ деление}}{1 \text{ м}}$.



Решение

1. Сложное сечение делим на несколько простых частей, положение центров тяжести которых легко определить.

2. Определяем координаты центров тяжести простых частей.

$$x_1 = 0,7 \text{ м}; y_1 = 1,4 \text{ м}; x_2 = 2,7 \text{ м}; y_2 = 2,4 \text{ м}; x_3 = 2,5 \text{ м}; y_3 = 1 \text{ м};$$

$$x_4 = 3 \text{ м}; y_4 = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 3,14} = 0,42 \text{ м}$$

3. Определяем площади простых частей.

$$A_1 = \frac{1}{2} a \cdot b = 0,5 \cdot 1 \cdot 2 = 1 \text{ м}^2; A_2 = \frac{1}{2} a \cdot b = 0,5 \cdot 4 \cdot 1 = 2 \text{ м}^2; A_3 = a \cdot b = 3 \cdot 2 = 6 \text{ м}^2$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \pi R^2 = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 1^2 = 1,57 \text{ м}^2$$

4. Определяем абсциссу центра тяжести сложной фигуры

$$x_C = \frac{\sum A_i x_i}{A} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 - A_4 x_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4} =$$

$$= \frac{1 \cdot 0,7 + 2 \cdot 2,7 + 6 \cdot 2,5 - 1,57 \cdot 3}{1 + 2 + 6 - 1,57} = 2,21 \text{ м}$$

5. Определяем ординату центра тяжести сложной фигуры

$$y_C = \frac{\sum A_i y_i}{A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 - A_4 y_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4} =$$

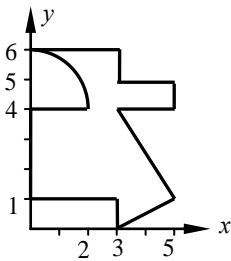
$$= \frac{1 \cdot 1,4 + 2 \cdot 2,4 + 6 \cdot 1 - 1,57 \cdot 0,42}{1 + 2 + 6 - 1,57} = 1,55 \text{ м}$$

Ответ: $x_C = 2,21 \text{ м}$, $y_C = 1,55 \text{ м}$.

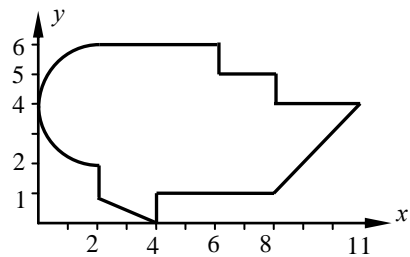
Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

Вариант	1-10	11-20	21-25
Масштаб	$\frac{1 \text{ деление}}{1 \text{ м}}$	$\frac{1 \text{ деление}}{2 \text{ м}}$	$\frac{1 \text{ деление}}{3 \text{ м}}$

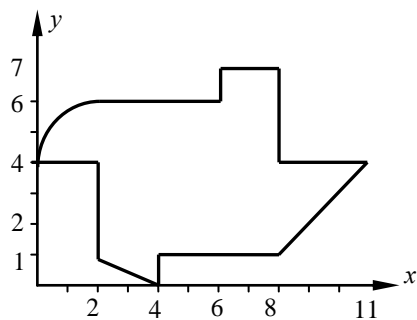
1
11
21



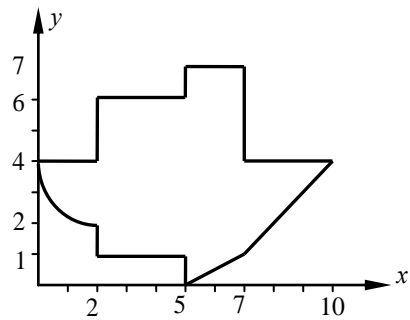
2
12
22



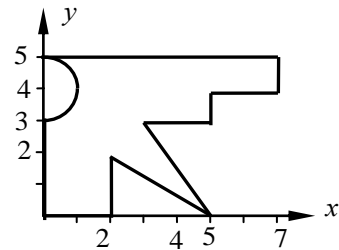
3
13
23



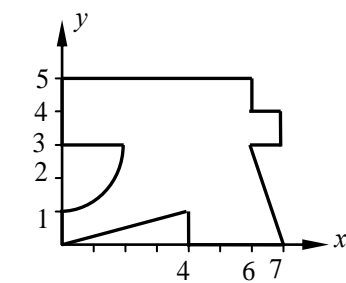
4
14
24



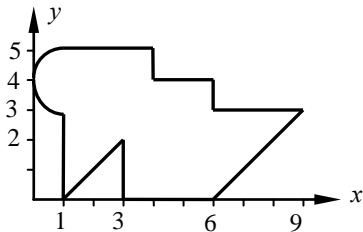
5
15
25



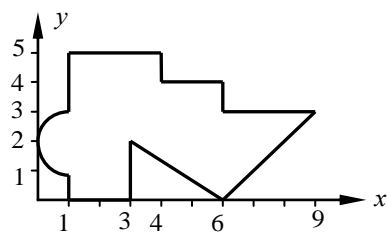
6
16



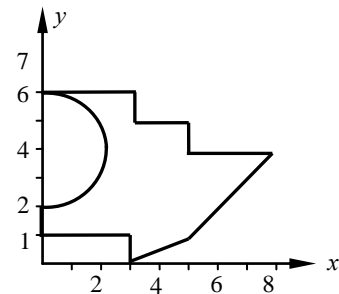
7
17



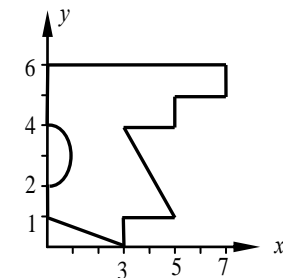
8
18



9
19

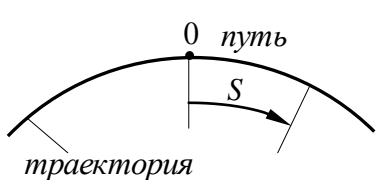


10
20



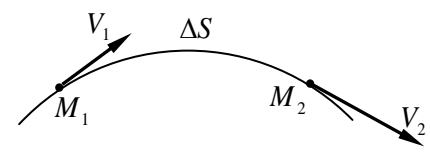
Занятие № 8
Тема 1.5 Кинематика точки

Основные понятия кинематики



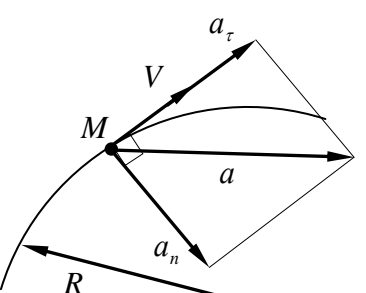
$[S] = м$
 $S = f(t)$

Скорость



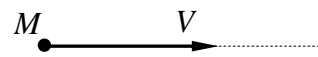
$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$
 $V = \frac{dS}{dt} = S'$
 $[V] = \frac{м}{с}$

Ускорение



$a_t = \frac{dV}{dt} = V' = S''$
 $a_n = \frac{V^2}{R}$
 $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$
 $[a] = \frac{м}{с^2}$

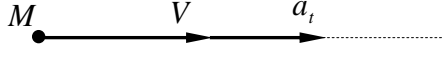
Равномерное движение $V = const$



$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$ $a_n = \frac{V^2}{R = \infty} = 0$ $a = 0$

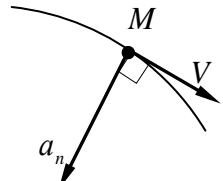
Равнопеременное движение $a_t = const$

прямолинейное

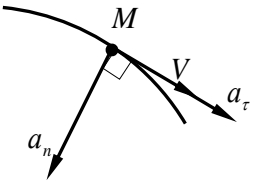


$a_t = const$ $a_n = \frac{V^2}{R = \infty} = 0$ $a = a_t = const$

криволинейное

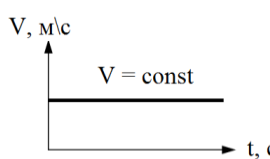


$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$ $a = a_n$
 $a_n = \frac{V^2}{R \neq \infty} \neq 0$

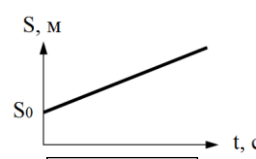


$a_t = const$ $a_n = \frac{V^2}{R \neq \infty} \neq 0$
 $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

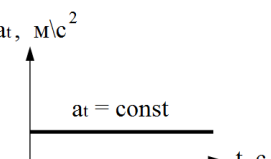
уравнения и графики



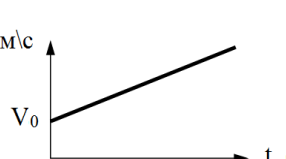
$V = const$
 $V = \frac{S}{t}$



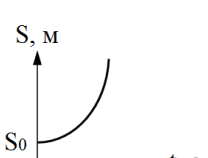
S_0
 $S = S_0 + Vt$



$a_t = const$
 $a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{V - V_0}{t}$

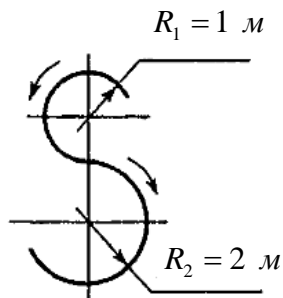


V_0
 $V = V_0 + a_t t$



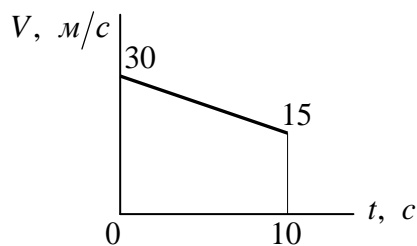
S_0
 $S = S_0 + V_0 t + \frac{a_t t^2}{2}$

1. Точка движется по траектории, имеющей вид восьмерки, согласно уравнению $S = f(i)$. Как изменится a_n в момент перехода с верхней окружности на нижнюю?



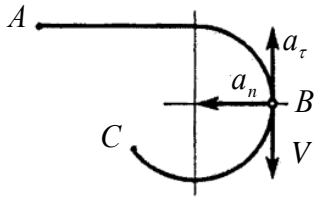
2. Точка движется согласно уравнению $S = 2 + 0,1t^2$. Определите вид движения точки.
3. Точка движется по дуге AB согласно уравнению $S = 0,1t^3 + 0,3t$. Определите начальную скорость и полное ускорение через 2 с движения, если радиус дуги $0,45$ м.

4. По графику скоростей точки определите путь, пройденный за время движения.

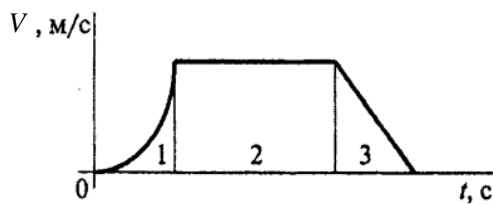


5. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя 10 с, достигло скорости 50 м/с. Определите путь, пройденный телом за это время.
6. Тело движется прямолинейно согласно уравнению $S = 4t + 6t^2$. Определите ускорение.

7. Точка движется по линии ABC и в момент t занимает положение B . Определите вид движения точки. $a_t = const$.

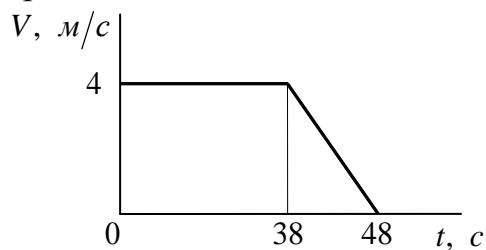


8. По графику скоростей определите виды движения на всех участках.



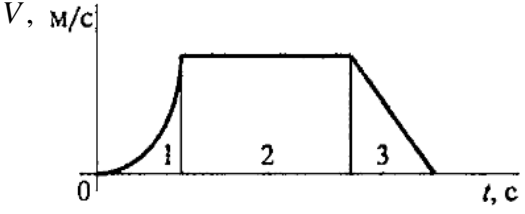
9. Автомобиль движется по круглому арочному мосту $R = 100$ м согласно уравнению $S = 10t + t^2$. Определите полное ускорение автомобиля через 3 с движения.

10. По графику скоростей точки определите путь, пройденный точкой за время движения.



11. Тело, имевшее начальную скорость 120 м/с, остановилось, пройдя 1200 м. Определите время до остановки.

Самостоятельная работа № 5
Тестирование. **Кинематика точки**

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Шарик скатывается по желобу $ABCED$ (трение отсутствует, $V_A = 0$). В данный момент параметры его движения $V = 2 \text{ м/с}$; $a_\tau = -2 \text{ м/с}^2$; $a_n = 0$. На каком из участков желоба находится шарик?</p>		1
		2
		3
		4
<p>2. По графику скоростей определите вид движения на участке 1.</p> 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
<p>3. Точка движется прямолинейно согласно уравнению $S = 0,5t^2 + 10t + 5$. Определите начальную скорость и ускорение на третьей секунде движения.</p>	$V_0 = 10 \text{ м/с}$; $a = 1 \text{ м/с}^2$	1
	$V_0 = 10 \text{ м/с}$; $a = 2 \text{ м/с}^2$	2
	$V_0 = 30 \text{ м/с}$; $a = 4 \text{ м/с}^2$	3
	$V_0 = 30 \text{ м/с}$; $a = 3 \text{ м/с}^2$	4
<p>4. По заданному графику скоростей точки определите путь, пройденный точкой за время движения.</p> 	$S = 96 \text{ м}$	1
	$S = 125 \text{ м}$	2
	$S = 196 \text{ м}$	3
	$S = 921 \text{ м}$	4
<p>5. Тело движется по дуге радиуса 50 м с постоянной скоростью 18 км/ч. Определите ускорение тела.</p>	$a = 0,35 \text{ м/с}^2$	1
	$a = 0,5 \text{ м/с}^2$	2
	$a = 0,65 \text{ м/с}^2$	3
	$a = 6,48 \text{ м/с}^2$	4

Занятие № 9

Практическое занятие № 4

Определение кинематических параметров движения*Задача*

Тело перемещается вдоль оси Ox и его координата изменяется со временем по закону $x = 17t - 3t^2$, м.

Найти скорость и ускорение тела в момент времени $t_1 = 2$ с.

Построить графики зависимости координаты x , пути S и скорости V тела от времени.

Решение

1. Определяем скорость тела как производную от перемещения.

$$V = x' = (17t - 3t^2)' = 17 - 6t \text{ м/с.}$$

2. Определяем скорость точки в момент времени t_1 .

$$V(t_1) = 17 - 6t_1 = 17 - 6 \cdot 2 = 5 \text{ м/с.}$$

3. Определяем ускорение тела как производную от скорости.

$$a = V' = (17 - 6t)' = -6 \text{ м/с}^2.$$

4. Кривую второго порядка (параболу) зависимости координаты от времени $x(t)$ построим по характерным точкам: максимальному и нулевым значениям координаты.

Максимальной координате соответствует момент времени t_m , когда тело останавливается и начинает двигаться в обратную сторону (скорость становится равной нулю, а потом меняет знак).

$$V(t_m) = 17 - 6t_m = 0 \text{ м/с} \Rightarrow t_m = \frac{17}{6} = 2,83 \text{ с.}$$

5. Определяем значение максимальной координаты

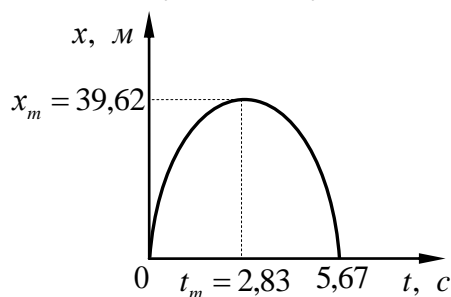
$$x_m = 17t_m - 3t_m^2 = 17 \cdot 2,83 - 2,83^2 = 48,11 - 8,49 = 39,62 \text{ м.}$$

6. Определяем моменты времени, соответствующие нулевым значениям координаты.

$$x_0 = 17t_0 - 3t_0^2 = 0;$$

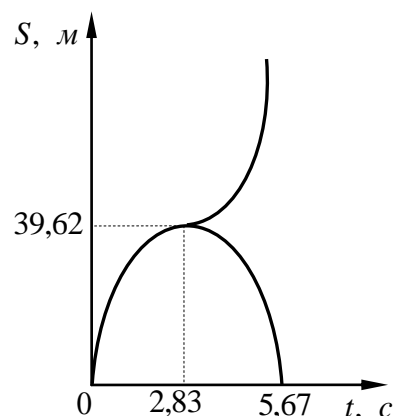
$$t_0(17 - 3t_0) = 0;$$

$$t_0 = 0 \text{ или } 17 - 3t_0 = 0; \Rightarrow t_0 = \frac{17}{3} = 5,67 \text{ с.}$$



7. График зависимости пути от времени $S(t)$ построим, исходя из следующих соображений. Путь и координата до момента изменения знака скорости совпадают; начиная с момента возврата $t_m = 2,83$ с, тело движется в обратном направлении, и его координата убывает, а путь продолжает возрастать по тому же закону, по которому убывает координата.

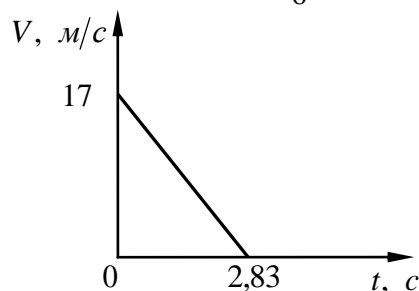
Следовательно, график пути до момента времени $t_m = 2,83$ с совпадает с графиком координаты, а затем становится его зеркальным отображением.



8. График зависимости скорости от времени $V(t) = 17 - 6t$ м/с представляет собой прямую линию с характерными точками:

$$t_0 = 0; V(t_0) = 17 - 6t_0 = 17 \text{ м/с};$$

$$V = 17 - 6t = 0; \Rightarrow t = \frac{17}{6} = 2,83 \text{ с}.$$



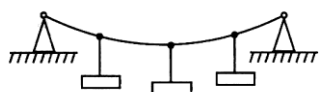
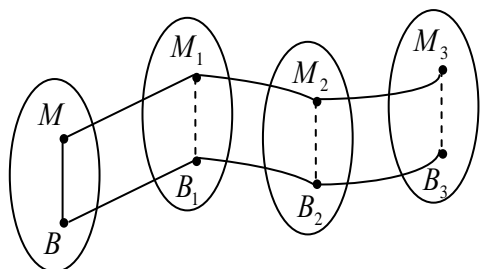
Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

1	$25t - 5t^2$	14	$24t - 5t^2$
2	$20t - 4t^2$	15	$22t - 4t^2$
3	$35t - 7t^2$	16	$32t - 7t^2$
4	$29t - 6t^2$	17	$15t - 3t^2$
5	$16t - 3t^2$	18	$22t - 5t^2$
6	$10t - 2t^2$	19	$30t - 6t^2$
7	$23t - 5t^2$	20	$16t - 2t^2$
8	$19t - 3t^2$	21	$14t - 2t^2$
9	$31t - 7t^2$	22	$19t - 4t^2$
10	$26t - 6t^2$	23	$20t - 3t^2$
11	$30t - 7t^2$	24	$17t - 2t^2$
12	$18t - 2t^2$	25	$28t - 6t^2$
13	$21t - 4t^2$		

Занятие № 10

Тема 1.6 Виды движения твердого тела

Поступательное движение



Вращательное движение

$[\varphi] = \text{рад}$ угол поворота

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi' \quad \text{угловая скорость}$$

$[\omega] = \text{рад/с} = \text{с}^{-1}$

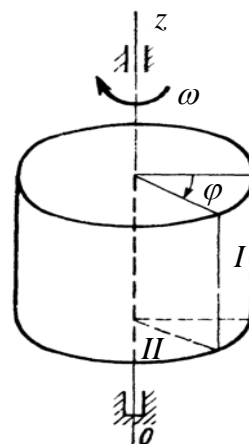
$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$$

$$n = \frac{30\omega}{\pi} \quad \text{частота вращения}$$

$[n] = \text{об/мин}$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega' \quad \text{угловое ускорение}$$

$[\varepsilon] = \text{рад/с}^2 = \text{с}^{-2}$



Линейные скорость и ускорение

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d(R\varphi)}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = R\omega$$

$$V = R\omega$$

$$a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = \frac{Rd\omega}{dt} = R\varepsilon$$

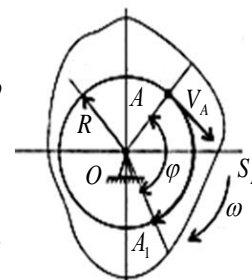
$$a_t = R\varepsilon$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

$$a_n = R\omega^2$$

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

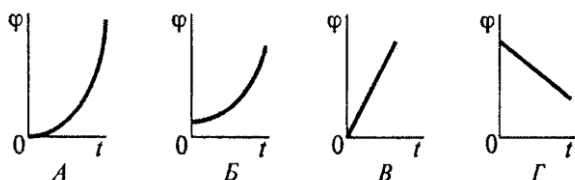
$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$



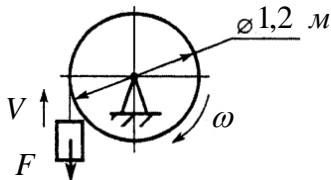
1. Закон вращательного движения тела $\varphi = 1,2t^2 + 2,4t$. Определите, за какое время угловая скорость тела достигнет величины $\omega = 19,2 \text{ рад/с}$.

2. Закон вращательного движения колеса $\varphi = 10t - 3t^2$. Определите угловое ускорение колеса.

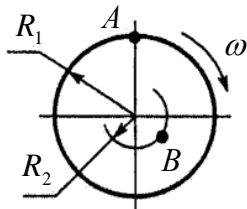
3. Выбрать соответствующий кинематический график движения, если закон движения $\varphi = 1,3t^2 + t$.



4. Груз F начинает двигаться вверх из состояния покоя с постоянным ускорением $a = 1,26 \text{ м/с}^2$. Определите частоту вращения колеса через 5 с после начала движения.

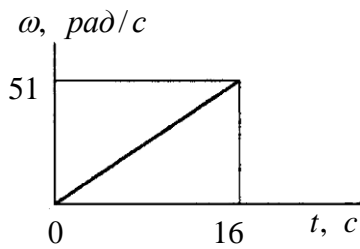


5. Известно, что скорость точки A $V_A = 12 \text{ м/с}$. Определите скорость точки B . $R_1 = 2 \text{ м}$; $R_2 = 1,4 \text{ м}$.



6. Скорость ротора электродвигателя в период разгона меняется согласно графику.

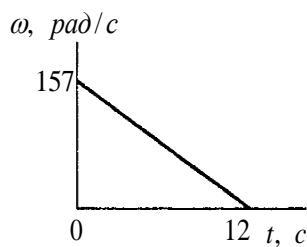
Определите число оборотов ротора за период разгона.



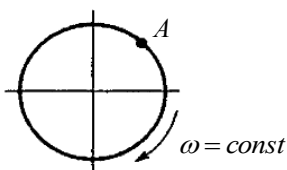
7. Маховое колесо $R = 0,1 \text{ м}$ вращается равномерно и в момент времени $t = 13 \text{ с}$ имеет $\omega = 130 \text{ рад/с}$. Определите полное ускорение точек на ободе колеса в этот момент.

8. Барабан вращается со скоростью $\omega = 2\pi$. Какое это вращение?

9. При торможении ротора электродвигателя его скорость меняется согласно графику. Рассчитайте число оборотов ротора до полной остановки.



10. Какие ускорения возникнут в точке A при равномерном вращении колеса?

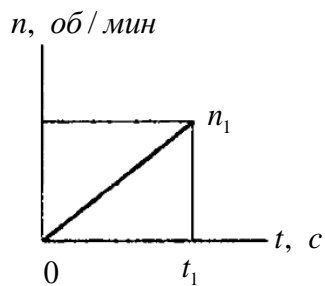


11. По заданному закону вращения регулятора $\varphi = \pi(1 + 2t)$ определите вид движения.

12. Закон вращательного движения тела $\varphi = 0,25t^3 + 4t$. Определите вид движения.

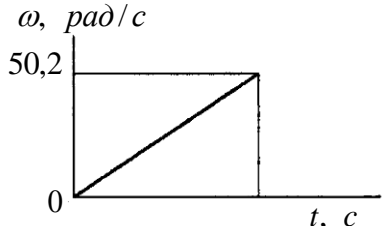
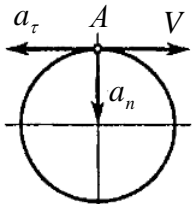
13. Закон вращательного движения колеса $\varphi = 6t - 1,5t^2$. Определите время и число оборотов колеса до полной остановки.

14. При вращении скорость маховика изменяется по графику. Определите угловое ускорение маховика в конце рассматриваемого участка.
 $n_1 = 420 \text{ об/мин}$; $t_1 = 20 \text{ с}$.



15. Определите нормальное ускорение точек на ободе колеса диаметром $0,2 \text{ м}$, если закон движения $\varphi = 0,4t^3$. $t = 3 \text{ с}$

Самостоятельная работа № 6
Тестирование. Простейшие движения твердого тела

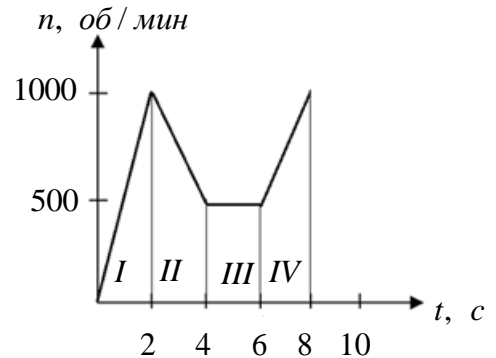
Вопросы	Ответы	Код
1. Закон движения колеса $\varphi = 0,32\pi^3$. Определите угловую скорость вращения колеса в момент $t = 5$ с.	24 рад/с	1
	15,8 рад/с	2
	75,4 рад/с	3
	131,2 рад/с	4
2. Колесо вращается по закону, приведенному в вопросе 1. Определите угловое ускорение колеса в момент $t = 3$ с.	18 рад/с ²	1
	5,8 рад/с ²	2
	8,6 рад/с ²	3
	14,4 рад/с ²	4
3. Скорость ротора менялась согласно графику и за 120 оборотов достигла $\omega = 50,2$ рад/с. Определите время разгона до указанной скорости. 	4,8 с	1
	15 с	2
	30 с	3
	42 с	4
4. При вращении колеса скорость и ускорение в точке A имеют указанные на чертеже направления. Определите вид вращения, если $a_\tau = const$. 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
5. Колесо вращается с частотой $n = 250$ об/мин. Определите полное ускорение точек на ободе колеса. $R = 0,8$ м.	20,8 м/с ²	1
	547 м/с ²	2
	12,5 м/с ²	3
	4620 м/с ²	4

Занятие № 11

Практическое занятие № 5

Определение параметров вращательного движения*Задача*

Частота вращения шкива диаметром $d = 0,2 \text{ м}$ меняется согласно графику. Определить полное число оборотов шкива за время движения и среднюю угловую скорость за это же время. Построить график угловых перемещений и угловых ускорений шкива. Определить ускорения точек обода колеса в моменты времени $t_1 = 3 \text{ с}$ и $t_2 = 7 \text{ с}$.

*Решение*

1. Разграничиваем вращательное движение данного тела на участки равноускоренного, равномерного и равнозамедленного движения. Определяем параметры вращательного движения тела по этим участкам.

2. Равноускоренное вращение (участок I).

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot n_0}{30} = 0$$

$$\omega_I = \frac{\pi \cdot n_I}{30} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,67 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon_I = \frac{\omega_I - \omega_0}{t_I} = \frac{104,67}{2} = 52,33 \text{ рад/с}^2;$$

$$\varphi_I = \varphi_0 + \omega_0 t_I + \frac{\varepsilon_I t_I^2}{2} = \frac{\varepsilon_I t_I^2}{2} = \frac{52,33 \cdot 2^2}{2} = 104,67 \text{ рад}.$$

3. Равнозамедленное вращение (участок II).

$$\omega_{II} = \frac{\pi \cdot n_{II}}{30} = \frac{3,14 \cdot 500}{30} = 52,33 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon_{II} = \frac{\omega_{II} - \omega_I}{t_{II}} = \frac{52,33 - 104,67}{2} = -26,17 \text{ рад/с}^2$$

$$\varphi_{II} = \varphi_0 + \omega_I t_{II} + \frac{\varepsilon_{II} t_{II}^2}{2} = 104,67 \cdot 2 - \frac{26,17 \cdot 2^2}{2} = 157,01 \text{ рад}$$

4. Равномерное вращение (участок III).

$$\omega_{III} = \omega_{II} = 52,33 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon_{III} = 0;$$

$$\varphi_{III} = \varphi_0 + \omega_{II} t_{III} = 52,33 \cdot 2 = 104,67 \text{ рад}$$

5. Равноускоренное вращение (участок IV).

$$\omega_{IV} = \frac{\pi \cdot n_{IV}}{30} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,67 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon_{IV} = \frac{\omega_{IV} - \omega_{III}}{t_{IV}} = \frac{104,67 - 52,33}{2} = 26,17 \text{ рад/с}^2;$$

$$\varphi_{IV} = \varphi_0 + \omega_{III} t_{IV} + \frac{\varepsilon_{IV} t_{IV}^2}{2} = 52,33 \cdot 2 + \frac{26,17 \cdot 2^2}{2} = 157 \text{ рад}$$

6. Определяем полный угол поворота шкива за все время вращения.

$$\varphi = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} = 104,67 + 157,01 + 104,67 + 157 = 523,35 \text{ рад}$$

7. Определяем полное число оборотов шкива за время вращения.

$$Z = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{523,35}{2 \cdot 3,14} = 83 \text{ оборота.}$$

8. Определяем среднюю угловую скорость тела за все время вращения.

$$\omega_{cp} = \frac{\varphi}{t_I + t_{II} + t_{III} + t_{IV}} = \frac{523,35}{8} = 65,42 \text{ рад/с}$$

9. Определяем ускорения точек обода колеса в моменты времени $t_1 = 3\text{с}$ (II участок) и $t_2 = 7\text{с}$ (IV участок).

$$a_{n1} = \frac{\omega_{II}^2}{R} = \frac{2\omega_{II}^2}{d} = \frac{2 \cdot 52,33^2}{0,2} = 55316,26 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{n2} = \frac{\omega_{IV}^2}{R} = \frac{2\omega_{IV}^2}{d} = \frac{2 \cdot 104,67^2}{0,2} = 109558,09 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{t1} = \varepsilon_{II} R = \varepsilon_{II} \frac{d}{2} = -26,17 \frac{0,2}{2} = -2,62 \text{ м/с}^2;$$

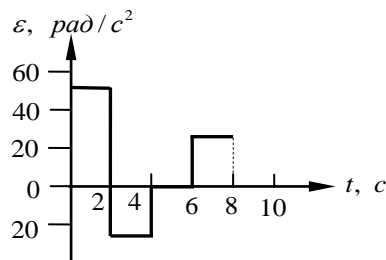
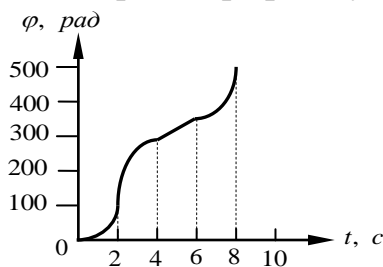
$$a_{t2} = \varepsilon_{IV} R = \varepsilon_{IV} \frac{d}{2} = 26,17 \frac{0,2}{2} = 2,62 \text{ м/с}^2.$$

Тогда

$$a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_{t1}^2} = \sqrt{55316,26^2 + 2,62^2} = 55316,26 \text{ м/с}^2$$

$$a_2 = \sqrt{a_{n2}^2 + a_{t2}^2} = \sqrt{109558,09^2 + 2,62^2} = 109558,09 \text{ м/с}^2$$

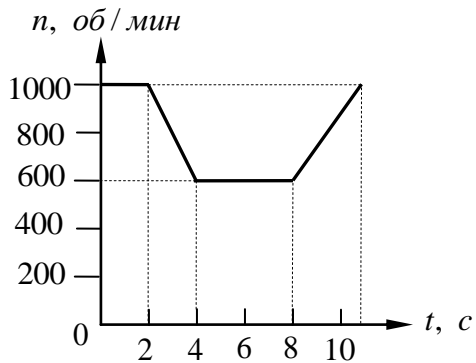
10. Строим графики угловых перемещений и угловых ускорений шкива.



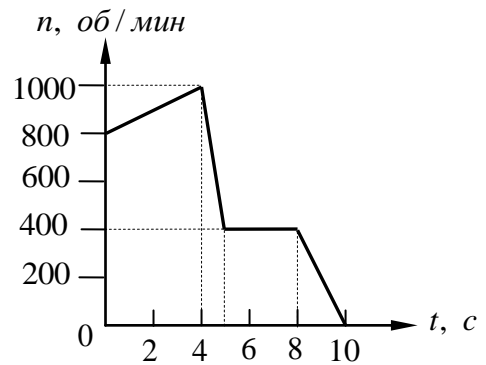
Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

Параметр	Вариант											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11-20	21-25
Диаметр шкива, м	0,2	0,3	0,4	0,6	0,5	0,8	0,2	0,6	0,5	0,8	×2	×3
t_1, c	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1		
t_2, c	8	9	8	9	8	8	9	8	9	6		

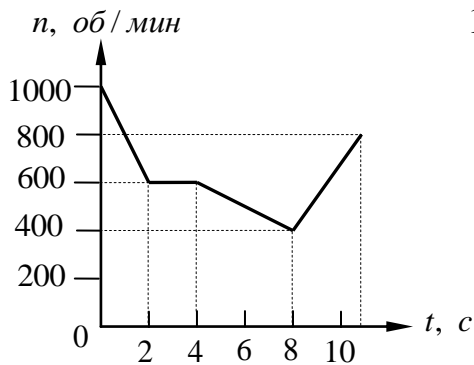
1-5



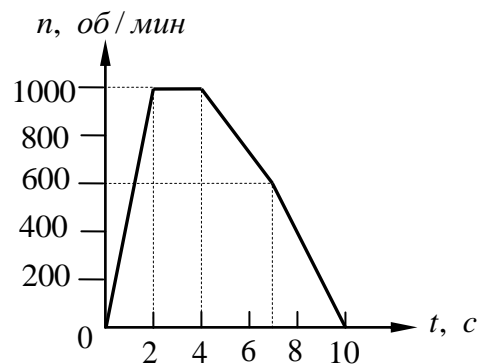
6-10



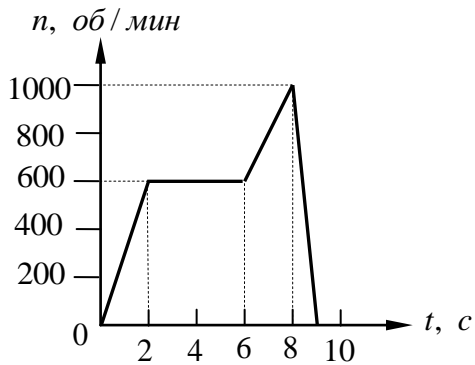
11-15



16-20



21-25



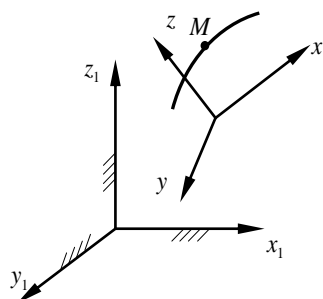
Занятие № 12

Тема 1.7 Сложное движение

Сложное (абсолютное) движение (V_a) - M относительно $x_1y_1z_1$.

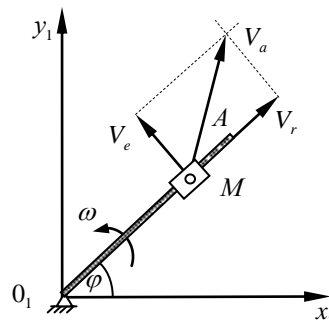
Переносное движение (V_e) - xyz относительно $x_1y_1z_1$.

Относительное движение (V_r) - M относительно xyz .

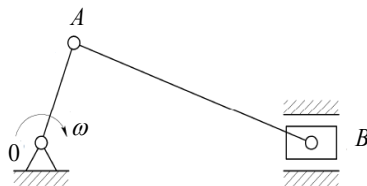
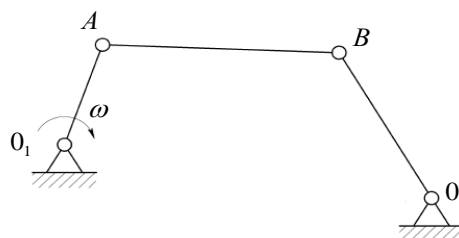
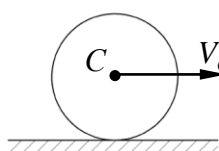
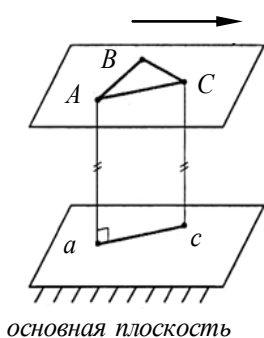


$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

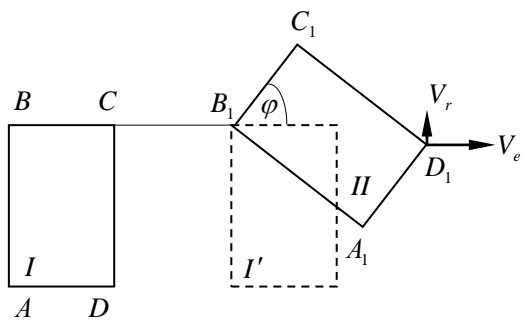
$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_rV_e \cos \alpha}$$



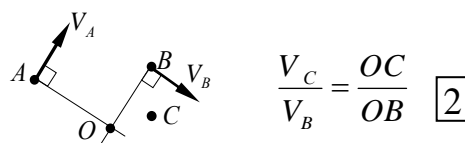
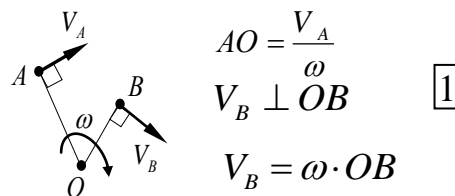
Плоскопараллельное движение



Метод разложения сложного движения на поступательное и вращательное



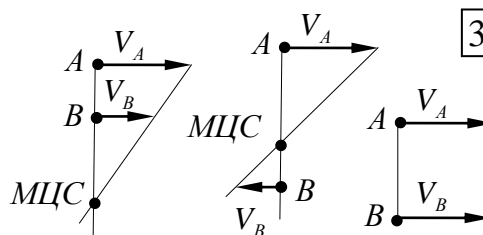
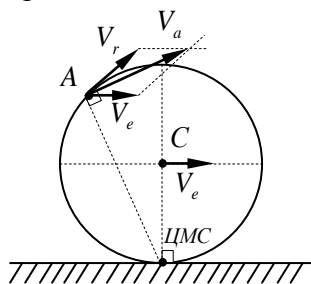
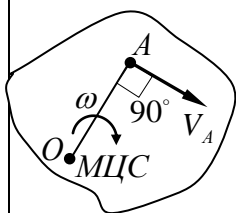
Методы определения МЦС



Метод мгновенных центров скоростей

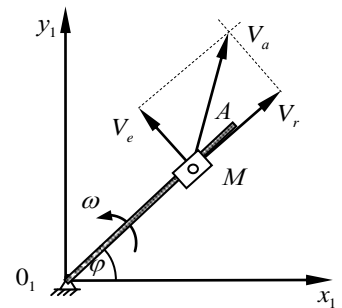
$$V_O = 0$$

$$V_A = \omega \cdot OA$$



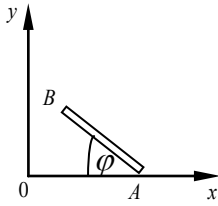
1. Вертикально падающие капли дождя оставляют на боковых стеклах автомобиля полосы под углом $\alpha = 31^\circ$ к вертикали. Скорость движения автомобиля 40 км/ч . Определите, с какой скоростью падают капли дождя.
2. От одного берега реки к другому плывет лодка, держа курс перпендикулярно берегам. Ширина реки 800 м ; лодка достигает противоположного берега через 12 мин после начала переправы. За это время лодку сносит вниз по течению на расстояние 600 м . Определите скорость течения реки; собственную скорость лодки; скорость лодки относительно берегов. Скорость течения у берегов и на середине реки считать одинаковой.

3. Стержень O_1A вращается в плоскости чертежа вокруг неподвижной точки O_1 по закону $\varphi = t^2$. По стержню равноускоренно движется ползун M , удаляясь от точки O_1 . Движение ползуна определяется уравнением $S = O_1M = 2 + 2t^2$. Определите абсолютную скорость ползуна в момент времени $t = 1 \text{ с}$.

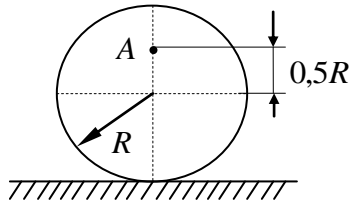


4. Твердое тело совершает плоскопараллельное движение согласно уравнениям $x_A = 2t^2$, $y_A = 0,2 \text{ м}$, $\varphi = 10t^2$. Определите угловую скорость тела в момент времени $t_1 = 1 \text{ с}$.

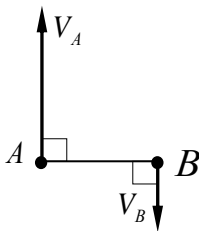
5. Стержень AB движется согласно уравнениям $x_A = 2 + t^2$; $y_A = 0$; $\varphi = 0,25\pi \cdot t$. Определите абсциссу точки B в момент времени $t_1 = 1$ с, длина $AB = 3$ м.



6. Определите угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $V_A = 10$ м/с, а радиус колеса $R = 0,2$ м.



7. Диск радиуса $R = 50$ см катится по плоскости. Определите расстояние от геометрического центра диска до мгновенного центра скоростей.
8. Стержень AB длиной 60 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $V_A = 4$ м/с, $V_B = 2$ м/с. Определите расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей.

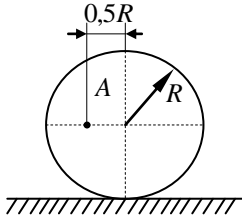


9. Скорость центра, катящегося по плоскости колеса радиуса 0,5 м, равна 5 м/с. Определите скорость точки соприкосновения колеса с плоскостью.

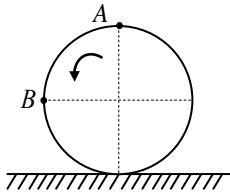
Самостоятельная работа № 7

Решение задач. Сложное движение точки

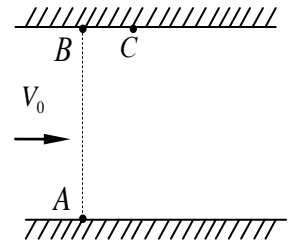
1. Определите угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $V_A = 2 \text{ м/с}$, а радиус колеса $R = 1 \text{ м}$.



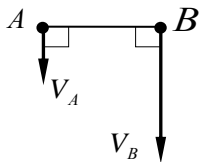
2. Определите скорость точки B колеса, если точка A колеса имеет скорость $V_A = 2 \text{ м/с}$.



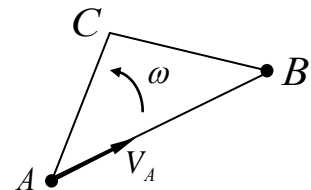
3. При переправе из точки A на другой берег в точку B лодочник установил руль в направлении AB . Моторная лодка двигалась со скоростью $V = 8 \text{ км/ч}$ по отношению к воде. Скорость течения реки $V_0 = 2 \text{ км/ч}$. Определите скорость движения лодки по отношению к берегам и величину сноса BC лодки, если переправа продолжалась 3 мин .



4. Стержень AB длиной 80 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $V_A = 0,2 \text{ м/с}$, $V_B = 0,6 \text{ м/с}$. Определите угловую скорость стержня.



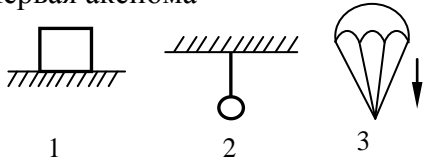
5. Скорость точки A плоской фигуры ABC $V_A = 2 \text{ м/с}$, угловая скорость фигуры $\omega = 2 \text{ рад/с}$, расстояние $AB = 1,5 \text{ м}$. Определите скорость точки B .



Занятие № 13

Тема 1.8 Динамика, основные понятия и аксиомы

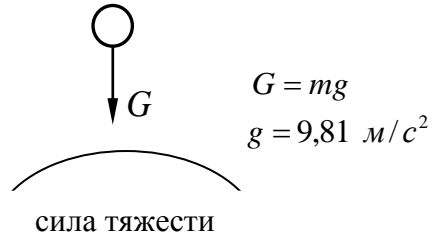
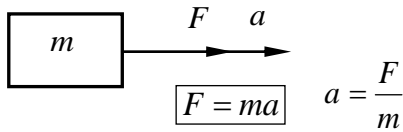
Первая аксиома



1, 2 – покой $V = 0$
 3 – движение $V = const$ $a = 0$ } инерция
 равномерное прямолинейное

действия скомпенсированы

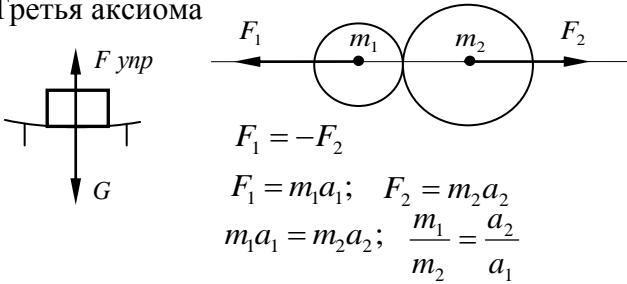
Вторая аксиома



Инертность – «отклик» ускорением на действие

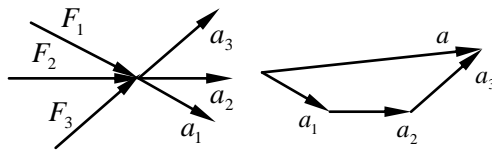
$[m] = кг$ – мера инертности

Третья аксиома

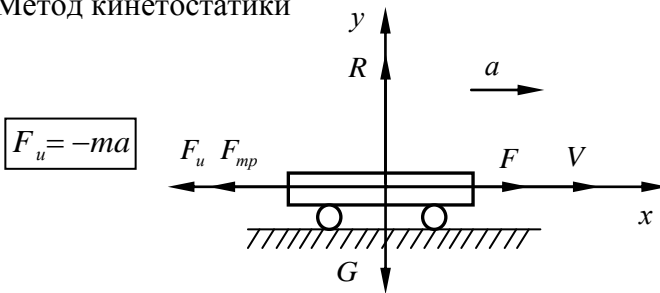


Четвертая аксиома

$$F_{\Sigma} = ma; a = \sum_0^n a_i$$



Метод кинестатики

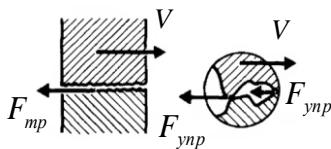


$$\sum_0^n F_i + \sum_0^n R_i + F_u = 0$$

$$\sum_0^n F_{ix} = 0; F - F_{тр} - F_u = 0$$

$$\sum_0^n F_{iy} = 0; R - G = 0$$

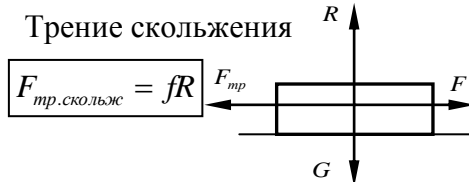
Трение



Силы трения
 - покоя
 - скольжения
 - качения
 $\sum F_{упр} = F_{тр}$



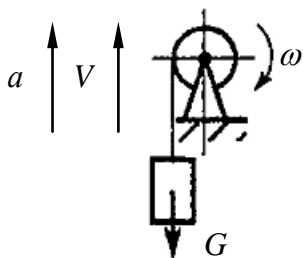
1. При соприкосновении
2. Вдоль поверхности
3. Против движения



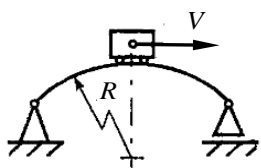
1. К двум материальным точкам $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 8 \text{ кг}$ приложены одинаковые силы. Сравните величины ускорений, с которыми будут двигаться эти точки.

2. Свободная материальная точка, масса которой равна 8 кг , движется прямолинейно согласно уравнению $S = 2,5t^2$. Определите действующую на нее силу.

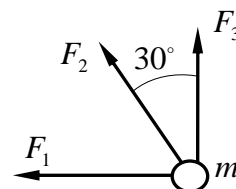
3. Определите силу натяжения троса барабанной лебедки, перемещающего вверх груз массой 100 кг с ускорением $a = 4 \text{ м/с}^2$.



4. Чему равна сила давления автомобиля на мост при скорости $V = 20 \text{ м/с}$ когда он находится на середине моста, если вес автомобиля $G = 35 \text{ кН}$, а радиус кривизны моста $R = 800 \text{ м}$.

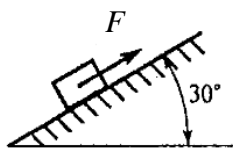


5. Определите числовое значение ускорения материальной точки массой 5 кг под действием системы сил. $F_1 = 10 \text{ кН}$; $F_2 = 2 \text{ кН}$; $F_3 = 8 \text{ кН}$.



6. Определите силу давления человека на пол кабины лифта в случае, если лифт поднимается с ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. Вес человека $G = 700 \text{ Н}$; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

7. Тело массой 300 кг поднимается вверх по наклонной плоскости согласно уравнению $S = 2,5t^2$. Коэффициент трения $f = 0,2$. Определите величину движущей силы.



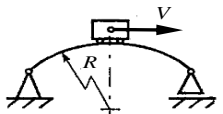
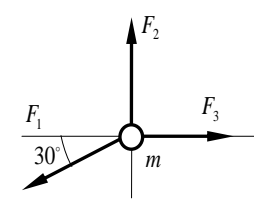
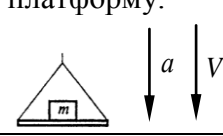
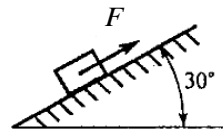
8. Через 5 с движения под действием постоянной силы материальная точка приобрела скорость 15 м/с . Сила тяжести 600 Н . Определите величину силы, действующей на точку.

9. Какое ускорение получит свободная материальная точка под действием силы, равной $0,5$ ее веса?

10. Точка массой $m = 4 \text{ кг}$ движется по горизонтальной прямой с ускорением $a = 0,3t$. Определите модуль силы, действующей на точку в направлении ее движения в момент времени $t = 3 \text{ с}$

Самостоятельная работа № 8

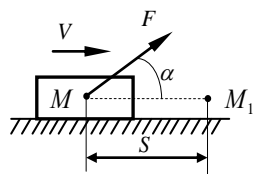
Тестирование. Движение материальной точки. Метод кинетостатики

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Мотоцикл движется по выпуклому мостику со скоростью $V = 20 \text{ м/с}$. Масса мотоциклиста с мотоциклом 200 кг, радиус мостика $R = 100 \text{ м}$. Определите силу давления мотоцикла на мост при нахождении его посередине моста.</p> 	2762 кН	1
	800 кН	2
	1962 кН	3
	1162 кН	4
<p>2. Свободная материальная точка, масса которой равна 16 кг, движется прямолинейно согласно уравнению $S = 1,6t^2$. Определите действующую на нее силу.</p>	157 Н	1
	208,2 Н	2
	25,6 Н	3
	51,2 Н	4
<p>3. На материальную точку действует система сил. Определите числовое значение ускорения точки. $m = 5 \text{ кг}$. $F_1 = 12 \text{ Н}$; $F_2 = 20 \text{ Н}$; $F_3 = 15 \text{ Н}$.</p> 	73,7 м/с ²	1
	2,9 м/с ²	2
	0,9 м/с ²	3
	9,4 м/с ²	4
<p>4. Тело массой 8 кг лежит на горизонтальной платформе, которая опускается вниз с ускорением 2 м/с^2. Определите силу давления тела на платформу.</p> 	156,9 Н	1
	94,5 Н	2
	78,5 Н	3
	62,5 Н	4
<p>5. Определите натяжение тягового каната скрепера весом 30 Н, перемещающегося с ускорением 2 м/с^2. Коэффициент трения между поверхностями $f = 0,25$.</p> 	$F = 16 \text{ Н}$	1
	$F = 20,5 \text{ Н}$	2
	$F = 27,6 \text{ Н}$	3
	$F = 22 \text{ Н}$	4

Занятие № 14

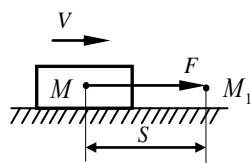
Тема 1.9 Работа. Мощность

Работа постоянной силы на прямолинейном пути



$$A = FS \cos \alpha$$

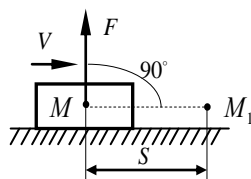
$$[A] = \text{Дж}$$



$$\alpha = 0^\circ; \cos \alpha = 1;$$

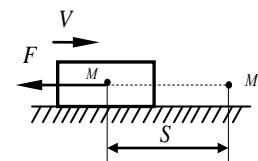
$$A = FS$$

F – движущая сила



$$\alpha = 90^\circ; \cos \alpha = 0;$$

$$A = 0$$

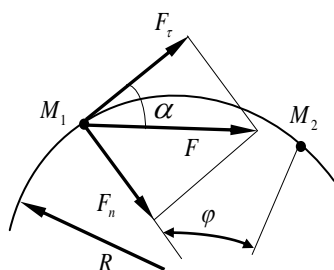


$$\alpha = 180^\circ; \cos \alpha = -1;$$

$$A = -FS$$

F – сила сопротивления

Работа постоянной силы на криволинейном пути



$$A = F_t \cdot \varphi \cdot R$$

F_t – окружная сила

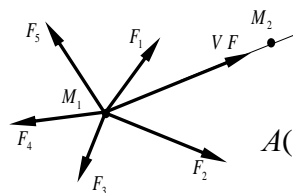
$$M_{\text{сп}} = F_t \cdot R$$

$$A = M_{\text{сп}} \cdot \varphi$$

Работа силы тяжести

$$A_T = G\Delta h$$

Работа равнодействующей силы



$$A(F_{\Sigma}) = \sum_0^n A(F_i)$$

Мощность

$$P = \frac{A}{t}$$

$$[P] = \text{Вт}$$

Мощность при поступательном движении

$$P = \frac{A}{t} = \frac{FS \cos \alpha}{t} = FV \cos \alpha$$

$$P = FV \cos \alpha$$

Мощность при вращательном движении

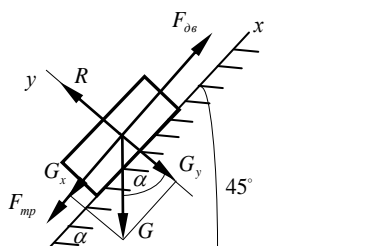
$$P = \frac{A}{t} = \frac{M_{\text{сп}} \varphi}{t} = M_{\text{сп}} \omega$$

$$P = M_{\text{сп}} \omega$$

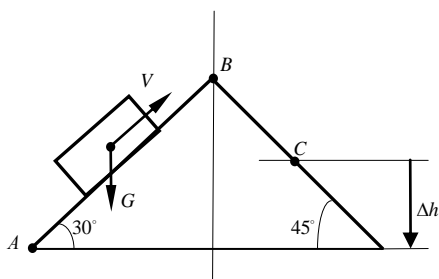
Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{затр}}}$$

1. Тело массой 200 кг равномерно поднимают по наклонной плоскости. Определите работу при перемещении тела на 10 м с постоянной скоростью. Коэффициент трения тела о плоскость $f = 0,15$.



2. Определите работу силы тяжести при перемещении груза из точки A в точку C по наклонной плоскости. Сила тяжести тела 1500 Н . $AB = 6 \text{ м}$, $BC = 4 \text{ м}$



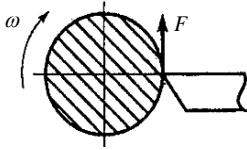
3. Вагонетка массой 500 кг катится равномерно по рельсам и проходит расстояние 25 м . Определите, чему равна работа силы тяжести? Движение прямолинейное по горизонтальному пути.

4. Определите работу пары сил, приводящей в движение барабан лебедки, при повороте его на 360° . Момент пары сил 150 Нм .

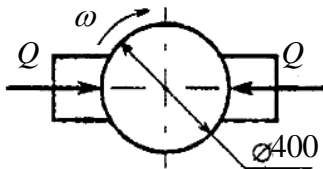


5. Определите общий КПД механизма, если мощность на выходном валу двигателя $P = 32 \text{ кВт}$ при скорости 18 км/ч и общей силе сопротивления движению 5 кН .

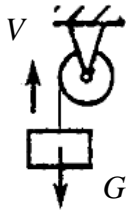
6. Токарный станок приводится в движение электродвигателем. Диаметр обрабатываемой детали 200 мм , частота вращения $n = 42 \text{ об/мин}$, сила резания $F = 2 \text{ кН}$. Определите полезную мощность станка.



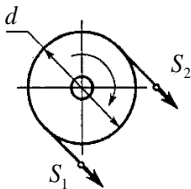
7. Определите работу торможения за один оборот колеса, если коэффициент трения между тормозными колодками и колесом $f = 0,1$. Сила прижатия колодок $Q = 100 \text{ Н}$.



8. Определите полезную мощность мотора лебедки при подъеме груза $G = 1 \text{ кН}$ на высоту 10 м за 5 с .

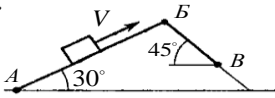
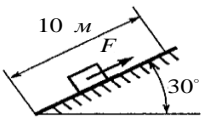
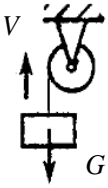
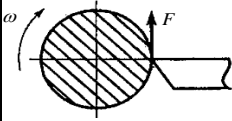


9. Натяжение ветвей ременной передачи $S_1 = 2S_2 = 500 \text{ Н}$, диаметр шкива 80 см , частота вращения вала 190 об/мин . Определите мощность передачи.



10. Определите вращающий момент на валу электродвигателя при заданной мощности 7 кВт и угловой скорости 150 рад/с .

Самостоятельная работа № 9
Тестирование. Работа. Мощность

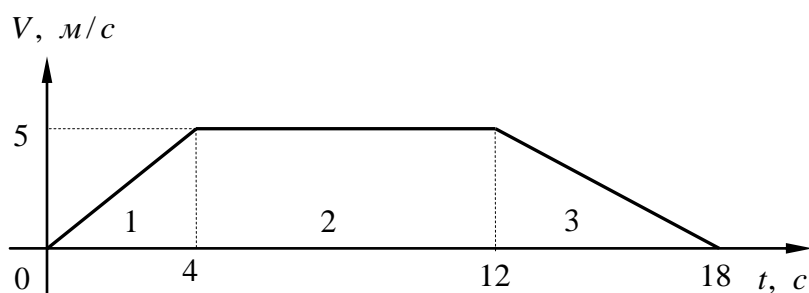
Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Определите работу силы тяжести при перемещении груза из положения A в положение B по наклонной плоскости ABB. Трением пренебечь. $AB = 2 \text{ м}$; $BB = 1 \text{ м}$; $G = 100 \text{ Н}$.</p> 	30 дЖ	1
	-30 дЖ	2
	100 дЖ	3
	-130 дЖ	4
<p>2. Какую работу совершит сила F, если тело равномерно переместить на 10 м вверх по наклонной плоскости? Трением пренебечь, сила тяжести тела 1820 Н.</p> 	0,788 дЖ	1
	1,58 дЖ	2
	9,1 дЖ	3
	18,1 дЖ	4
<p>3. Определите потребную мощность мотора лебедки для подъема груза весом 1 кН со скоростью 6,5 м/с. КПД механизма лебедки 0,823.</p> 	5,3 кВт	1
	6,5 кВт	2
	7,9 кВт	3
	9,7 кВт	4
<p>4. Определите работу силы резания при обточке детали диаметром 200 мм. Деталь обрабатывается на токарном станке при $F_{рез} = 1 \text{ кН}$ и $n = 300 \text{ об/мин}$ за 2 мин.</p> 	60 кдЖ	1
	377 кдЖ	2
	90 кдЖ	3
	600 кдЖ	4
<p>5. Определите силу сопротивления воды корпусу теплохода при движении со скоростью 18 км/ч. Мощность двигателя 450 кВт, КПД силовой установки 0,4.</p>	10 кН	1
	25 кН	2
	36 кН	3
	90 кН	4

Занятие № 15

Практическое занятие № 6

Расчёт работы, мощности, коэффициента полезного действия при движении*Задача*

Скорость кабины лифта массой $2,8 \text{ т}$ изменяется согласно графику. Определить величину натяжения каната, на котором подвешен лифт, при подъеме и спуске. По максимальной величине натяжения каната определить работу движущих сил, если длина каната равна 30 м ; потребную мощность электродвигателя, если КПД двигателя равен $0,75$.

*Решение*

1.1. Определяем величину ускорения на первом участке движения.

$$a_1 = \frac{V_1 - V_0}{t_1} = \frac{5 - 0}{4} = 1,25 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение положительно (разгон) и по направлению совпадает с направлением вектора скорости.

1.2. Рассматриваем равновесие лифта при подъеме на первом участке движения.

$$\sum y = 0;$$

$$T_1 - G - F_{ин1} = 0, \text{ где } T - \text{натяжение каната.}$$

$$T_1 = G + F_{ин1} = mg + ma_1 = m(g + a) =$$

$$= 2800 \cdot (9,81 + 1,25) = 30968 \text{ Н} = 30,97 \text{ кН}$$

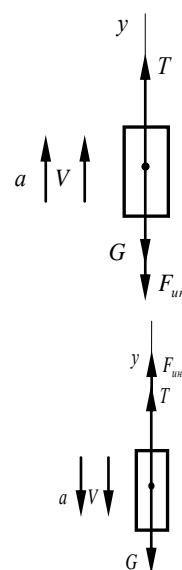
1.3. Рассматриваем равновесие лифта при спуске на первом участке движения.

$$\sum y = 0;$$

$$T_1 - G + F_{ин1} = 0.$$

$$T_1 = G - F_{ин1} = mg - ma_1 = m(g - a) =$$

$$= 2800 \cdot (9,81 - 1,25) = 23968 \text{ Н} = 23,97 \text{ кН}.$$



2.1. Определяем величину ускорения на втором участке движения.

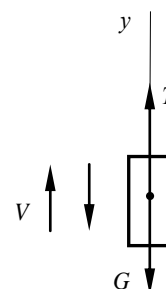
Скорость на втором участке постоянна, поэтому $a_2 = 0$; $F_{ин2} = 0$.

2.2. Рассматриваем равновесие лифта при подъеме и спуске на втором участке движения.

$$\sum y = 0;$$

$$T_2 - G = 0;$$

$$T_2 = G = mg = 2800 \cdot 9,81 = 27468 \text{ Н} = 27,47 \text{ кН}.$$



3.1. Определяем величину ускорения на третьем участке движения

$$a_3 = \frac{V_3 - V_2}{t_3} = \frac{0 - 5}{6} = -0,83 \text{ м/с}^2.$$

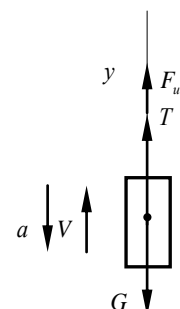
Ускорение отрицательно (торможение) и по направлению противоположно направлению вектора скорости.

3.2. Рассматриваем равновесие лифта при подъеме на третьем участке движения.

$$\sum y = 0;$$

$$T_3 + F_{ин3} - G = 0.$$

$$T_3 = G - F_{ин3} = mg - ma_3 = m(g - a) = \\ = 2800 \cdot (9,81 + 0,83) = 29792 \text{ Н} = 29,79 \text{ кН}.$$

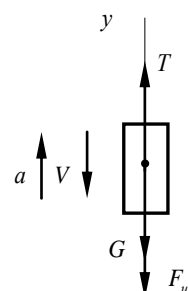


3.3. Рассматриваем равновесие лифта при спуске на третьем участке движения.

$$\sum y = 0;$$

$$T_3 - F_{ин3} - G = 0.$$

$$T_3 = G + F_{ин3} = mg + ma_3 = m(g + a) = \\ = 2800 \cdot (9,81 - 0,83) = 25144 \text{ Н} = 25,14 \text{ кН}.$$



Таким образом, натяжение каната меняется при каждом подъеме и спуске, канат выходит из строя в результате усталости материала. Работоспособность каната зависит от времени эксплуатации.

4. Выбираем из всех режимов максимальное натяжение каната.

$$T_{\max} = T_1 = 30,97 \text{ кН}$$

5. Определяем работу движущих сил при подъеме с разгоном.

$$A_1 = F_1 S \cos \alpha = T_1 l = 30970 \cdot 30 = 929100 \text{ Дж}.$$

6. По максимальному натяжению каната определяем максимальную полезную мощность двигателя для подъема груза.

$$P_{1пол} = T_1 V_1 \cos \alpha = 30970 \cdot 5 = 154850 \text{ Вт} = 154,85 \text{ кВт}.$$

7. По заданной величине КПД механизма определяем максимальную затрачиваемую мощность двигателя.

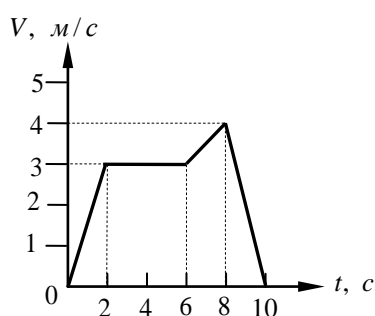
$$\eta = \frac{P_{пол}}{P_{затр}};$$

$$P_{затр1} = \frac{P_{пол}}{\eta} = \frac{154850}{0,75} = 206466 \text{ Вт} = 206,47 \text{ кВт}.$$

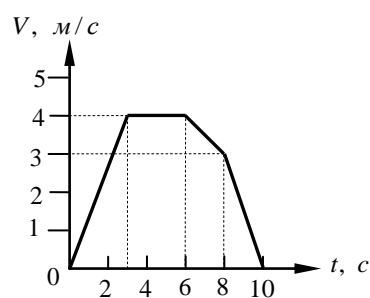
Решите задачу в соответствии со своим вариантом.

Параметр	Вариант											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11-20	21-25
Масса m , кг	500	700	750	800	600	800	600	450	900	850	×2	
КПД механизма	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75		
Длина каната, м	30	25	35	20	15	10	40	45	50	55		×2

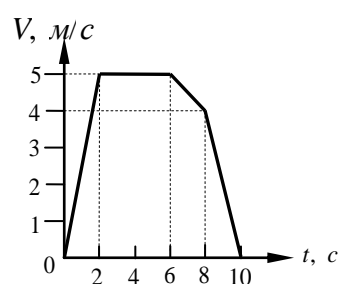
1-5



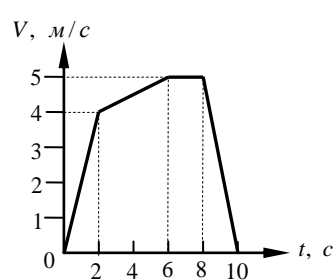
6-10



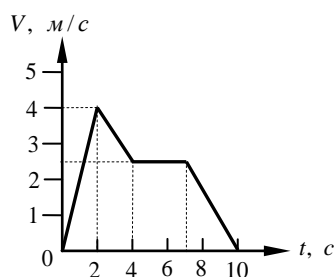
11-15



16-20



21-25

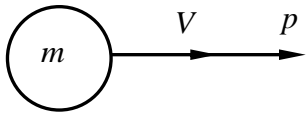


Занятие № 16

Тема 1.10 Общие теоремы динамики

Теорема об изменении количества движения

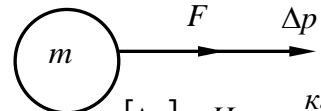
Количество движения (импульс тела) - векторная мера механического движения тела.



$$p = mV$$

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Импульс силы – мера действия силы на тело в определённый промежуток времени.



$$\Delta p = F\Delta t$$

$$[\Delta p] = \text{Н} \cdot \text{с} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$F = ma = m \frac{V - V_0}{\Delta t}$$

$$F\Delta t = mV - mV_0 = p - p_0 = \Delta p$$

Изменение количества движения тела за некоторый промежуток времени равно импульсу силы, действующему на тело в течение того же промежутка времени.

Теорема об изменении кинетической энергии

Потенциальная энергия определяет способность тела совершать работу при опускании с некоторой высоты до уровня моря.

$$W_{\text{п}} = Gh \quad [W] = \text{Дж}$$

Кинетическая энергия – скалярная мера механического движения тела, определяется способностью движущегося тела совершать работу.

$$W_{\text{к}} = \frac{mV^2}{2}$$

$$F = ma$$

$$F \cos \alpha = ma \cos \alpha$$

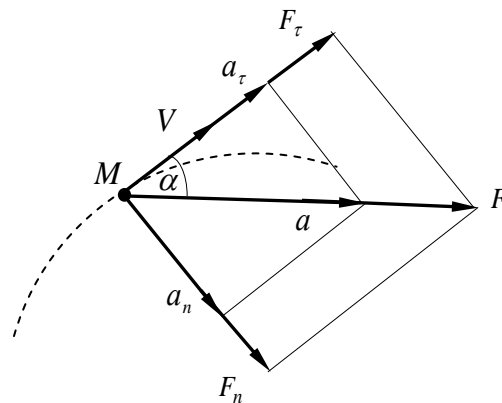
$$a \cos \alpha = a_{\tau} = \frac{dV}{dt}$$

$$F \cos \alpha = m \frac{dV}{dt}$$

$$F \cos \alpha \cdot dS = m \frac{dV}{dt} dS = mV \frac{dV}{dt}$$

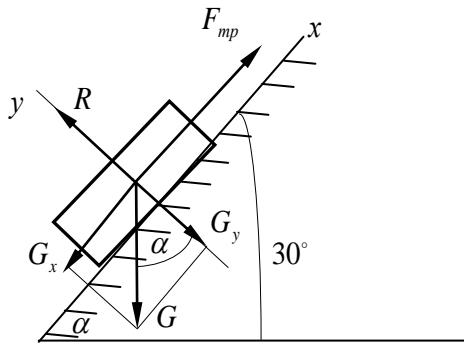
$$\int_0^t F \cos \alpha \cdot dS = m \int_{V_0}^V V \frac{dV}{dt}$$

$$W = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

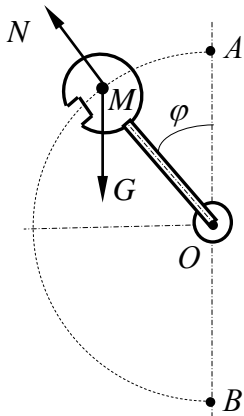


Изменение кинетической энергии на некотором пути равно работе всех действующих на точку сил на том же пути.

1. Тело спускается без начальной скорости по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Определите время t , в течение которого скорость движения тела достигнет $13,9 \text{ м/с}$. Коэффициент трения скольжения $f = 0,25$.



2. Главную часть прибора для испытания материалов ударом составляет стальная тяжелая отливка M , прикрепленная к стержню, который может вращаться почти без трения вокруг неподвижной горизонтальной оси O . Пренебрегая массой стержня, рассматриваем отливку M как материальную точку, для которой расстояние $MO = 0,918 \text{ м}$. Определите скорость V этой точки в наинизшем положении B , если она падает из наивысшего положения A с ничтожно малой начальной скоростью.

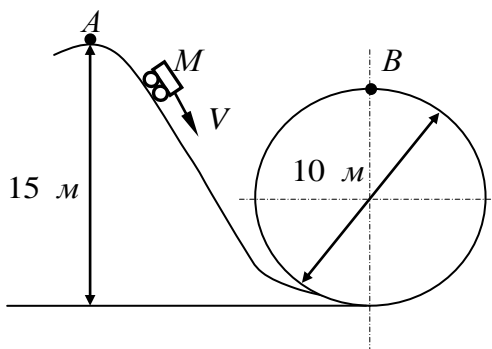


3. Для изменения направления движения электровоза меняют направление тока в обмотках двигателя. При этом во время замедления сила тяги оказывается направленной в сторону, обратную движению. Вес электровоза $1,2 \text{ МН}$. Сила тяги $6,0 \text{ кН}$. Скорость в момент начала замедления $7,2 \text{ км/ч}$. Определите скорость электровоза через 50 с после начала замедления.

Самостоятельная работа № 10

Решение задач. Общие теоремы динамики

1. Определите, через какой промежуток времени остановится автомобиль, двигающийся со скоростью 60 км/ч , если при торможении развивается постоянная сила трения, равная $0,1$ веса.
2. Снаряд массой 15 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 1100 м/с . Время его движения внутри ствола равно $0,05 \text{ с}$. Определите среднюю силу давления пороховых газов на снаряд, считая ее постоянной. Весом снаряда по сравнению с этой силой пренебречь.
3. В конце спуска с сортировочной горки вагон весом 260 кН получил скорость $0,6 \text{ м/с}$. Для остановки вагона под колеса были подложены тормозные башмаки так, что колеса заклинивались. При этом вагон прошел по горизонтальному пути до остановки 14 м . Определите величину силы трения, возникшей при торможении, считая ее постоянной.
4. Поезд массой 200 т движется на прямолинейном участке пути со скоростью 54 км/ч . Тормозной путь составляет 600 м . Определите время торможения и силу торможения, считая ее постоянной.
5. Тележку M массой 80 кг отпускают без начальной скорости из точки A . Определите силу ее давления на рельсы в верхней точке B петли. Трением пренебречь. Тележку считать материальной точкой.



Список используемых источников

1. Аркуша, А. И. Руководство к решению задач по теоретической механике : учеб. пособие / А. И. Аркуша. – М. : Высшая школа, 2003. – 335 с.
2. Багреев В. В. Сборник задач по технической механике : учеб. пособие / В. В. Багреев, А. И. Винокуров, В. А. Киселев, Б. Б. Панич, Г.М. Ицкович. – Л. : Судостроение, 1973. – 496 с.
3. Кепе О. Э. Сборник коротких задач по теоретической механике : учеб. пособие для втузов / О. Э. Кепе, Я. А. Виба, О. П. Грапис и др.; Под ред. О. Э. Кепе. – М. : Лань, 2016. – 368 с.
4. Кирсанов М. Н. Решебник. Теоретическая механика / Под ред ред. А. И. Кириллова. – М. : Физматлит, 2002. – 384 с.
5. Мовнин, М. С. Основы технической механики : учебник для технологических немашиностроительных спец. техникумов и колледжей / М.С. Мовнин, А. Б. Израелит, А. Г. Рубашкин. – СПб. : Политехника, 2013. – 288 с.
6. Олофинская, В. П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий : учеб. пособие / В. П. Олофинская. – М. : Форум, 2012. – 349 с.
7. Олофинская, В. П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий / В. П. Олофинская. – М. : Форум, 2011. – 136 с.
8. Сетков В. И. Сборник задач по технической механике: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.И. Сетков. – М. : Академия, 2013. – 224 с.
9. Шинкаренко А. А. Теоретическая механика : учеб. пособие / А. А. Шинкаренко, А. И. Киреева. – Краснодар. : КубГАУ, 2007. – 221 с.
10. Шинкаренко А. А. Сопротивление материалов : учеб. пособие / А. А. Шинкаренко, А. И. Киреева. – Краснодар. : КубГАУ, 2007. – 221 с.

СБОРНИК ЗАДАЧ

для выполнения аудиторных, самостоятельных и практических работ
по теоретической механике и сопротивлению материалов
ОП. 02 Техническая механика

Специальность 35.02.07 Механизация сельского хозяйства

Корректор: Е.С. Горбач

Подписано в печать: 00.00. 20__ г.

Печать офсетная. Бум. Тип. № 2. Формат _____ 1/16

Тираж: 100 экз. Заказ №

Отпечатано в полиграфической лаборатории ГБПОУ КК ССХТ:
г. Славянск-на-Кубани, ул. Набережная, 8